

УДК 517.51

DOI: 10.36550/2415-7988-2020-1-191-12-16

ВОЛКОВ Юрій Іванович –

доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри математики

Центральноукраїнського державного педагогічного університету
імені Володимира Винниченка

e-mail: yulysenko@i.ua

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2270-3407>

ВОЙНАЛОВИЧ Наталія Михайлівна –

кандидат педагогічних наук, доцент,
доцент кафедри математики

Центральноукраїнського державного педагогічного університету
імені Володимира Винниченка

e-mail: vojnalovichn@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0523-7889>

ОЗНАЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ФУНКЦІЙ НА ЗАСАДАХ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Постановка та обґрунтування актуальності проблеми. Елементарні функції займають особливе місце як в шкільному курсі алгебри, так і при вивченні математичного аналізу в університетах. Починають з означень основних елементарних функцій. Але методика введення таких означень недосконала й вимагає кращого логічного обґрунтування. Крім того, не використовуються методи математичного аналізу. Як їх можна використати? Проблема давня, але вона досі актуальна.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Означенням степеневих операцій і логарифмів увага приділялась математиками ще в XVI столітті. Та вирішальний внесок у розв'язанні цієї проблеми належить Леонарду Ейлеру. Його монографія «Introductio in analysin infinitorum-Lausanannae, 1748.», [1], стала наріжним каменем у розвитку математичного аналізу й невід'ємною частиною в навчальній літературі. Ця праця Ейлера не втрачає свого значення й сьогодні.

Пізніше питанням методики введення означень основних елементарних функцій приділяли увагу цілий ряд відомих математиків: таких як Ф. Клейн, Н. Бурбакі, Р. Курант та інші ([2], [3], [4], [5]). Основна ідея: використати методи математичного аналізу для побудови більш повної теорії. Та пропозиції цих математиків мало вплинули на методику вивчення елементарних функцій не тільки в школі, а й у вищих навчальних закладах.

Мета статті. Познайомити викладачів і студентів педагогічних вузів з різними підходами до вивчення основних елементарних функцій з використанням диференціального, інтегрального числення та теорії степеневих рядів.

Методи дослідження. Широке використання принципів математичного аналізу.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Логарифмічна функція. Почнемо з логарифмічної функції. Будемо її визначати за

допомогою інтеграла $\log x = \int_1^x \frac{dt}{t}, x > 0$. Це ні що

інше, як площа криволінійної трапеції, обмеженої віссю абсцис, гіперболою $y=1/t$ і прямими $t=1, t=x$. Доведемо основну властивість цієї функції: $\log(ab) = \log a + \log b$.

Маємо

$$\log a + \log b = \int_1^a \frac{dt}{t} + \int_1^b \frac{dt}{t} = \int_1^a \frac{dt}{t} + \int_a^{ab} \frac{dt}{t} = \int_1^{ab} \frac{dt}{t} = \log(ab).$$

Далі,

$$\begin{aligned} \log 1 &= 0, \log x^2 = \log(xx) = \\ &= \log x + \log x = 2 \log x. \dots \log x^n = \\ &= n \log x (n \in \mathbb{N}) \end{aligned}$$

Якщо $x = p/q$ раціональне число, то $\log x^{p/q} = p/q \log x$, бо якщо позначити через $a = x^{p/q}$, то $a^q = x^p$ і прологарифмувавши це співвідношення, матимемо $q \log a = p \log x$.

Числом e будемо називати таке x , для якого $\log x = 1$.

Похідна $\frac{d \log x}{dx} = \frac{1}{x} > 0$. Тому функція $\log x$

неперервна і строго монотонно зростає. Отже, вона має обернену, яку називатимемо *експонентою* і позначатимемо символом $\exp x$. З означення цієї функції випливає: $\exp 0 = 1, \exp 1 = e, \exp(a+b) = \exp a \exp b, \exp(-1) = 1/e$, бо $\exp(1-1) = \exp 1 + \exp(-1) = 1$.

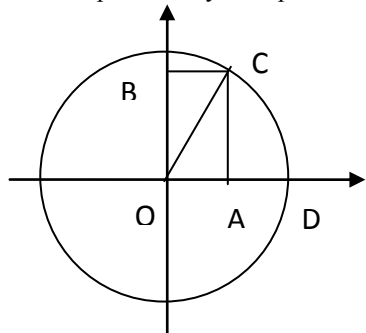
Якщо тепер скористатися правилом знаходження похідної від оберненої функції, то матимемо

$$\frac{d \exp x}{dx} = \exp x, \quad \frac{d^n \exp x}{dx^n} = \exp x, n \in \mathbb{N},$$

$$\frac{d^n \exp x}{dx^n} = \exp x|_{x=0} = 1, n \in \mathbb{N}. \text{ Це дозволяє отримати}$$

розклад у степеневий ряд експоненти.

Тригонометричні функції. Позначимо $\angle DOC$ в одиничному колі (з рівнянням $x^2 + y^2 = 1$) через φ і нехай точка C має координати (x,y) . Тоді кут $\varphi = \varphi(y)$ буде функцією від y . Знайдемо цю функцію. Маємо: площа сектора DOC буде дорівнювати $\varphi/2$.



Площа $\triangle OBC = xy/2 = \frac{1}{2} y\sqrt{1-y^2}$,

тоді площа трапеції $DOBC$ дорівнюватиме

$$\int_0^y \sqrt{1-t^2} dt = \frac{1}{2} y\sqrt{1-y^2} + \frac{1}{2} \varphi. \text{ Але}$$

$$\begin{aligned} \int_0^y \sqrt{1-t^2} dt &= \int_0^y \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} - \int_0^y \frac{t^2 dt}{\sqrt{1-t^2}} = \\ &= \int_0^y \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} + y\sqrt{1-y^2} - \int_0^y \sqrt{1-t^2} dt \end{aligned}$$

Порівнюючи останні вирази, отримаємо

$$\varphi = \varphi(y) = \int_0^y \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}. \text{ Ця функція на проміжку } [0,1]$$

строго монотонно зростає. Тому вона має обернену, яку позначатимемо символом $y = \sin \varphi$ і назвемо *синусом*. А функцію $x = \sqrt{1-y^2}$ позначатимемо символом $x = \cos \varphi$ і назвемо *косинусом*. Якщо тепер скористатись традиційними назвами, то функція $\varphi(y)$ це $\arcsin \varphi$, а функція обернена до косинуса це $\arccos \varphi$. Так отримані функції $\arcsin \varphi$ і $\arccos \varphi$ можна традиційними способами продовжити на проміжок $[-1,1]$, а функції $y = \sin \varphi$ і $x = \cos \varphi$ на множину $(-\infty, \infty)$ і вивчати їх властивості так, як це робиться в шкільному курсі математики. Наприклад, якщо аргумент φ збільшити на величину $2k\pi, k \in \mathbb{Z}$, то точка C не змінить свого положення і, отже, синус і косинус будуть періодичними функціями з періодом $2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

З виразу для $\varphi(y)$ випливає, що $\frac{d\varphi}{dy} = \frac{d \arcsin \varphi}{dy} = \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$, а звідси похідна від оберненої функції, тобто від синуса, $\frac{dy}{d\varphi} = \sqrt{1-y^2} = \cos \varphi$. Похідну від косинуса отримаємо так:

$$\begin{aligned} \frac{d \cos \varphi}{d\varphi} &= \frac{dx}{d\varphi} = \frac{d\sqrt{1-y^2}}{dy} \frac{dy}{d\varphi} = \\ &= -\frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \sqrt{1-y^2} = -y = -\sin \varphi \end{aligned}$$

Тепер ми можемо розкласти синус і косинус у степеневий ряд.

Через те, що $\sin 0 = 0, \cos 0 = 1$, то $\frac{d^k \sin \varphi}{d\varphi^k} |_{\varphi=0} = 0$, якщо k парне і дорівнює $(-1)^m$, якщо $k=2m+1$. Тому

$$\sin \varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} - \frac{\varphi^7}{7!} + \dots + \frac{(-1)^m \varphi^{2m+1}}{(2m+1)!} + \dots$$

Через те, що $\sin 0 = 0, \cos 0 = 1$, то $\frac{d^k \cos \varphi}{d\varphi^k} |_{\varphi=0} = 0$, якщо k непарне і дорівнює $(-1)^m$, якщо $k=2m$. Тому

$$\cos \varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2!} + \frac{\varphi^4}{4!} - \frac{\varphi^6}{6!} + \dots + \frac{(-1)^m \varphi^{2m}}{(2m)!} + \dots$$

Розглянемо тепер інший підхід до означень показникової й логарифмічної функцій.

Показникова функція. Показниковою функцією назвемо невід'ємну неперервну функцію $f(x)$, яка визначена на всій числовій осі і є розв'язком функціонального рівняння

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1)f(x_2),$$

$$f(0) = 1, f(1) = a, a > 0, a \neq 1$$

Число a називатимемо основою показникової функції.

Відмітимо деякі властивості показникової функції.

$$1) f(2) = f(1+1) = f(1)f(1) = a^2, \text{ аналогічно, } f(n) = a^n, n \in \mathbb{N}.$$

$$2) f(1/n) = \sqrt[n]{a}, \text{ бо } a = f(1) = f(1/n + 1/n + \dots + 1/n) = f(1/n)^n, n \in \mathbb{N}$$

$$3) f(m/n) = \sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}, n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}.$$

$$4) f(-1) = \frac{1}{a}, \text{ бо } 1 = f(0) = f(1-1) = af(-1).$$

З цих властивостей випливає, що для раціональних x $f(x) = a^x$. Тому природно для показникової функції ввести позначення $f(x) = a^x, x \in \mathbb{R}$.

Доведемо, що показникова функція диференційована. Розглянемо допоміжну функцію.

$$g(x) = \int_0^a f(x+t) dt = \int_0^a f(x)f(t) dt = f(x) \int_0^a f(t) dt \quad (1)$$

Виконавши заміну змінних, матимемо $g(x) = \int_0^a f(x+t)dt = \int_x^{x+a} f(t)dt$, а звідси через

те, що функція $f(x)$ неперервна, то функція $g(x)$ буде диференційованою і $g'(x) = f(x+a) - f(x) = f(x)(f(a)-1)$. З (7)

впливає, що $f(x) = g(x) \left(\int_0^a f(t)dt \right)^{-1}$, а, отже,

функція $f(x)$ також диференційована і $f'(x) = f(x)(f(a)-1) \left(\int_0^a f(t)dt \right)^{-1}$. Якщо позначити

через $c(a) = (f(a)-1) \left(\int_0^a f(t)dt \right)^{-1}$, то матимемо

співвідношення

$$f'(x) = c(a)f(x), \text{ або } \frac{da^x}{dx} = c(a)a^x. \quad (2)$$

Звідси, якщо $f(a)-1 < 0$, то $\frac{da^x}{dx} < 0$ і функція a^x буде строго монотонно спадною, а якщо $f(a)-1 > 0$, то $\frac{da^x}{dx} > 0$ буде строго монотонно зростаючою. Тому на всій числовій осі показникова функція матиме обернену, яку позначатимемо $\log_a x$ і називатимемо *логарифмічною функцією за основою a*. З цього означення випливають такі властивості логарифмічної функції.

1) $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$. Справді, візьмемо за аргумент показникової функції спочатку $\log_a(xy)$, а потім $\log_a x + \log_a y$.

Отримаємо спочатку xy , а потім

$$a^{\log_a x + \log_a y} = a^{\log_a x} a^{\log_a y} = xy.$$

2) $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$. Справді, якщо $\log_a x = y$,

то $x = a^y = b^{y \log_b a}$, звідси

$$\log_b x = y \log_b a, \text{ а звідси}$$

$$\log_b x = \log_a x \log_b a.$$

Як наслідок з цієї властивості матимемо:

3) $\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a}$.

Займемося похідними від показникових функцій. Візьмемо показникову функцію b^x . Із (2) матимемо з одного боку $\frac{db^x}{dx} = c(b)b^x$, з іншого боку, через те, що

$$b^x = (a^{\log_a b})^x = a^{x \log_a b}, \quad \frac{db^x}{dx} = \log_a b c(a)b^x.$$

Порівнюючи вирази для похідної, отримаємо

$c(b) = c(a) \log_a b$. Звідси випливає існування такого числа b , що $c(b) = 1$. Це число позначатимемо буквою e . Тоді $c(a) = 1/\log_a e$, або за властивістю 3 логарифмічної функції $c(a) = \log_e a$. Логарифми $\log_e x$ з основою e називатимемо *натуральними* і позначати символом $\log x$. Тоді співвідношення (2) перепишеться:

$$\frac{da^x}{dx} = a^x \log a \quad (3).$$

Якщо взяти за основу показникової функції число e , то

$$\frac{de^x}{dx} = e^x \quad (4)$$

Показникова функція з основою e називається *експонентою*.

З співвідношення (3) випливає правило диференціювання логарифмічної функції як оберненої до показникової: нехай $y = a^x$. Тоді

$$\frac{dy}{dx} = y \log a, \text{ звідси } \frac{dx}{dy} = \frac{1}{y \log a}.$$

Якщо перепозначити y на x , а x на y , то

$$\frac{d \log_a x}{dx} = \frac{1}{x \log a}, \text{ а звідси } \frac{d \log x}{dx} = \frac{1}{x}. \quad (5)$$

Для знаходження значень експоненти і числа e можна діяти так.

Через те, що

$$\begin{aligned} \frac{d \log t}{dt} &= \frac{1}{t} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\log(t+h) - \log t}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \log \left(1 + \frac{h}{t} \right) \end{aligned}$$

Звідси, взявши $h = 1/n, n \in N, t = 1/x$, отримаємо

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \log \left(1 + \frac{x}{n} \right) = x, \text{ або } \log \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n} \right)^n = x, \text{ або}$$

$$\exp x = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n} \right)^n.$$

Експонента в комплексній області.

Степеневий ряд

$$1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \dots + \frac{z^n}{n!} + \dots$$

абсолютно збіжний на всій комплексній площині, позначатимемо суму цього ряду через $\exp z$ або через e^z і називати цю функцію комплексною експонентою. Якщо взяти $z = ix, x \in R$, то

$$\exp(ix) = 1 + ix + \frac{i^2 x^2}{2!} + \frac{i^3 x^3}{3!} + \frac{i^4 x^4}{4!} + \dots + \frac{i^n x^n}{n!} + \dots$$

Дійсну частину $\exp(ix)$ називатимемо *косинусом* і позначатимемо символом $\cos x$, тобто

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{2k!} + \dots$$

Уявну частину $\exp(ix)$ називатимемо *синусом* і позначатимемо символом $\sin x$, тобто

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + \dots$$

З цих означень зразу ж випливають відомі формули Ейлера:

$$\begin{aligned} \exp(ix) &= \cos x + i \sin x, \\ \cos x &= \frac{1}{2} (\exp(ix) + \exp(-ix)), \\ \sin x &= \frac{1}{2i} (\exp(ix) - \exp(-ix)). \end{aligned}$$

Важче довести періодичність так визначених функцій. Спочатку доведемо, що на проміжку $(0, 2)$ рівняння $\cos x = 0$ має єдиний корінь α , $\sqrt{2} < \alpha < 2$. Для цього скористаємось нерівностями для $x \in [0, \sqrt{2}]$

$$\begin{aligned} \cos x &= \left(1 - \frac{x^2}{2!}\right) + \left(\frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!}\right) + \left(\frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!}\right) + \dots > 0, \\ \cos 2 &= 1 - \frac{4}{2!} + \frac{2^4}{4!} - \frac{2^6}{6!} \left(1 - \frac{2^2}{56}\right) - \\ &- \frac{2^{10}}{10!} \left(1 - \frac{2^2}{132}\right) - \dots = -\frac{1}{3} - \dots < 0 \end{aligned}$$

Отже, на проміжку $[\sqrt{2}, 2]$ існує корінь рівняння $\cos x = 0$. Доведемо, що цей корінь єдиний. Будемо враховувати нерівність для $0 \leq x \leq 2$

$$\begin{aligned} \frac{\sin x}{x} &= \left(1 - \frac{x^2}{6}\right) + \frac{x^4}{4!} \left(1 - \frac{x^2}{42}\right) + \dots \geq 1 - \frac{x^2}{6} \geq \frac{1}{3}, \text{ звідси} \\ \sin x &\geq \frac{1}{3} x. \end{aligned}$$

Припустимо, що на проміжку $[\sqrt{2}, 2]$ існує ще один корінь $\beta > \alpha$ і, отже, $0 \leq \beta - \alpha < 2 - \sqrt{2} < 1$, $\sin(\beta - \alpha) = \sin \beta \cos \alpha - \sin \alpha \cos \beta = 0$.

З іншого боку $\sin(\beta - \alpha) \geq \frac{1}{3}(\beta - \alpha)$ Прийшли до протиріччя. Далі позначатимемо корінь рівняння $\cos x = 0$ символом $\pi/2 \approx 1.57$.

Через те, що $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, то $\sin(\pi/2) = 1$ (бо на проміжку $[\sqrt{2}, 2]$ $\sin(\pi/2) \geq \frac{\pi}{6} > 0$). Далі

$$\begin{aligned} \cos \pi &= \cos^2(\pi/2) - \sin^2(\pi/2) = -1, \\ \sin \pi &= 2 \sin(\pi/2) \cos(\pi/2) = 0, \\ \cos 2\pi &= \cos^2(\pi) - \sin^2(\pi) = 1, \quad \sin(\pi/2 \pm x) = \cos x, \\ \cos(n\pi) &= (-1)^n, n \in Z, \quad \sin(n\pi) = 0, n \in Z, \quad \cos(2n\pi) = 1, \\ n \in Z. \end{aligned}$$

Отже, $2n\pi$ це період як для синуса, так і для косинуса. За допомогою формул Ейлера можна отримати і інші тригонометричні тотожності.

Покажемо, що не існує інших значень аргументів для косинуса, які б були коренями рівняння $\cos x = 1$. Припустимо протилежне, тобто припустимо, що існує таке φ , що $\cos \varphi = 1$ і

$\varphi \neq 2n\pi$. Тоді знайдеться таке $k \in Z$, що $-\pi \leq 2k\pi - \varphi \leq \pi$. Отже,

$$\begin{aligned} \sin \left| k\pi - \frac{1}{2}\varphi \right| &= \pm \sin \left(k\pi - \frac{1}{2}\varphi \right) = \\ &= \pm \sin \frac{1}{2}\varphi = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \varphi}{2}} = 0 \end{aligned}$$

а це протирічить нерівності $\sin \left| k\pi - \frac{1}{2}\varphi \right| \geq \frac{1}{3} \left| k\pi - \frac{1}{2}\varphi \right|$, якщо $\varphi \neq 2k\pi$.

З формули $\exp(ix) = \cos x + i \sin x$ тоді випливає, що числа $2n\pi, n \in Z$ будуть періодами для комплексної експоненти.

З означень синуса і косинуса виливають ще й такі властивості.

$$\frac{d \sin x}{dx} = \cos x, \quad \frac{d \cos x}{dx} = -\sin x,$$

$$\sin \left(x + \frac{\pi}{2} \right) = \cos x.$$

Висновки з дослідження і перспективи подальших розробок. В статті розглянуто два способи введення означень основних елементарних функцій. Перший спосіб: починати з логарифмічної функції за допомогою інтегрування; другий: починати з означення показникової функції за допомогою функціонального рівняння. Корисним було б розробити методи вивчення основних елементарних функцій, використовуючи й інші підходи, наприклад, давати означення за допомогою диференціальних рівнянь.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Леонард Эйлер. Введение в анализ бесконечных, том 1. М.: Наука, 1961, 315 с.
2. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей, том 1. М.: Наука, 1987. 432 с.
3. Courant R., Robbins H. What is Mathematic. New York, Oxford University Press, 1996. 315 p.
4. Whitteker E. T., Watson G. N. A course of modern analyses. Cambridge University Press, 1927. 608 p.
5. Бурбаки Н. Функции действительного переменного. М.: Наука, 1965. 424 с.

REFERENCES

1. Euler, L. (1961) *Vvedenie v analiz beskohechnykh* [Introduction to Infinite Analysis]. Moscow.
2. Klein, F. (1987) *Elementarnaya matematika s tochki zreniya vysshey* [Elementary mathematics from the point of view of higher]. Moscow.
3. Courant, R. and Robbins, H. (1996) *What is Mathematic*. New York.
4. Whitteker, E. T. and Watson, G. N. (1927) *A course of modern analyses*. Cambridge University.
5. Burbaki, N. (1965) *Funkzii deistvitelnogo peremennogo* [Real variable functions]. Moscow

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

ВОЛКОВ Юрій Іванович – професор, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

Наукові інтереси: математичний аналіз, теорія ймовірностей, дискретна математика, методика навчання математики.

ВОЙНАЛОВИЧ Наталія Михайлівна – доцент, кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

Наукові інтереси: методика навчання математики, дискретна математика.

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

VOLKOV Yurii Ivanovich – doctor of physics-mathematical sciences, professor, professor of department of

mathematics of the Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University.

Circle of research interests: mathematical analysis, theory probability, discrete mathematics, theory and methodology of teaching (mathematics).

VOJNALOVICH Natalia Mikhailivna – candidate of pedagogical sciences, dozent, dozent of department of mathematics of the Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University.

Circle of research interests: theory and methodology of teaching (mathematics), discrete mathematics.

Стаття надійшла до редакції 21.08.2020 р.

УДК 371.134:53

DOI: 10.36550/2415-7988-2020-1-191-16-20

КОЗЛОВСЬКА Ірина Михайлівна –

доктор педагогічних наук, провідний науковий співробітник Міжнародного інституту освіти, культури та зв'язків з діаспорою Національного університету «Львівська політехніка»
e-mail: irinakozlovska476@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8610-8594>

ОПАЧКО Магдалена Василівна –

доктор педагогічних наук, доцент, професор кафедри загальної педагогіки та педагогіки вищої школи ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
e-mail: magdaopachko@ukr.net

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0494-6883>

ЗІНЧУК Ірина Володимирівна –

викладач кафедри іноземних мов Національного університету «Львівська політехніка»
e-mail: irynaz2009@i.ua

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4639-9734>

МЕТОДОЛОГІЧНІ ПІДХОДИ ТА ДИДАКТИЧНА КОМПЕТЕНТНІСТЬ СУЧАСНОГО ВЧИТЕЛЯ ФІЗИКИ У КОНТЕКСТІ ІНТЕГРАЦІЙНИХ ОСВІТНІХ ПРОЦЕСІВ

Постановка та обґрунтування актуальності проблеми. Нове розуміння ролі та позиції педагога в навчально-виховному процесі зумовлене парадигмальними змінами в освіті: якщо колись питання стосовно керування навчальним процесом розглядали у контексті діяльній парадигми, то в контексті гуманістичної сукупності понять, що істотно доповнює сприймання лінійності педагогічного процесу нелінійними уявленнями, керування навчальним процесом вважається складним процесом, з неоднорідною освітньою сферою й неоднозначним дидактичним взаємозв'язком. Основна тенденція педагогічної практики – теорія міжпредметних зв'язків із скоординованими та узгодженими знаннями з різних навчальних дисциплін [5]. Чималий внесок у поступ теорії й практики педагогічної науки зробив розвиток дидактики фізики як процес інтеграції [8]. Таким підходом передбачено якісні перетворення в педагогічній думці, передусім вихід викладача-фізики за межі своєї дисципліни.

Постнекласичні методи у вирішенні проблем фахової підготовки вчителя фізики передбачають

дієвість теорії й практики підготовки вчителя до управління навчанням та визначаються розумінням сутності її головного механізму – здобуття знань. Один із наслідків методологічних узагальнень розвитку новітніх природознавства та теорії і практики керування навчальним процесом – з'ясування поняття «методологічна компетентність» учителя фізики.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У дослідженні ми спиралися на низку наукових розробок щодо формування методичних компетентностей майбутніх учителів фізики (О. Ніжегородцев [6]), моделі фахового вдосконалення педагога у процесі реформи післядипломної педагогічної освіти (І. Воротникова [1]), теоретико-методичні засади професійної підготовки майбутніх учителів фізики в умовах освітньо-інформаційного середовища (А. Кух[4]), професійної компетентності вчителя фізики як особистісного ступеня сформованості його компетенції (В. Ткаченко [9]), аналіз професіограм сучасного вчителя фізики як об'єкт педагогічного проектування (А. Школа[10]) та ін. Базовими буди