Ключовими, системоутворюючими особливостями такої підготовки є цілеспрямоване формування у майбутніх учителів комплексу специфічних інклюзивних компетентностей, зокрема діагностичної, що дозволяє бачити потенціал за обмеженнями, та адаптаційної, що надає практичний інструментарій для модифікації навчального процесу. По-друге, це активне, наскрізне впровадження принципів універсального дизайну в навчанні як базової філософії проектування освітнього досвіду, що робить його доступним та комфортним для всіх з самого початку. По-третє, це радикальне переважання практико-орієнтованих, імерсивних методів навчання, таких як симуляції, тренінги та аналіз кейсів над пасивним засвоєнням теоретичних знань. І по-четверте, це акцентування на процесуальній, а не результативній складовій хореографічної діяльності, де в центрі уваги перебуває не зовнішня форма руху, а внутрішній досвід, переживання та індивідуальне зростання дитини.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Бєляєва О. В. Корекційні можливості ритмопластики у фізичному вихованні дітей з порушеннями інтелекту. *Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова.* Серія 15 Науково-педагогічні проблеми фізичної культури (фізична культура і спорт). 2015. 3 (2). С. 18–21.

2. Василенко К. Ю. Методика роботи з дитячим хореографічним колективом. Київ, 2011. 256 с.

3. Вознесенська О. Л. Арт-терапія в роботі з дітьми та підлітками. Київ: Генеза, 2017. 178 с.

4. Закон України «Про освіту». 2017. URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19

5. Колупаєва А. А. Інклюзивна освіта: реалії та перспективи. Київ: Саміт-Книга, 2009. 167 с.

6. Мартиненко Ю. В. Психокорекційний потенціал танцювально-рухової терапії в роботі з дітьми з особливими освітніми потребами. *Психологія і особистість.* 2019. (1). С. 187–200.

7. Таранченко О. М. Інклюзивна компетентність педагога як умова якісної освіти для дітей з особливими освітніми потребами. Київ: Видавнича група «Основа», 2016. 200 с.

REFERENCES

1. Byelyayeva, O. V. (2015). Korektsiyni mozhlyvosti rytmoplastyky u fizychnomu vykhovanni ditey z porushennyamy intelektu [Correctional possibilities of rhythm plastic in physical education of children with intellectual disabilities]. Kuiv. 3(2). S. 18–21. [in Ukrainian]

2. Vasylenko, K. YU. (2011). Metodyka roboty z dytyachym khoreohrafichnym kolektyvom [Methodology of working with a children's choreographic group]. Kuiv. 256 s. [in Ukrainian]

3. Voznesens′ka, O. L. (2017). Art-terapiya v roboti z dit′my ta pidlitkamy [Art therapy in work with children and adolescents. Kuiv. 178 s. [in Ukrainian]

4. Zakon Ukrayiny «Pro osvitu» [Law of Ukraine «On Education»]. (2017). URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19 [in Ukrainian]

5. Kolupayeva, A. A. (2009). Inklyuzyvna osvita: realiyi ta perspektyvy [Inclusive education: realities and prospects]. Kuiv. 167 s. [in Ukrainian]

6. Martynenko, YU. V. (2019). Psykhokorektsiynyy potentsial tantsyuval′no-rukhovoyi terapiyi v roboti z dit′my z osoblyvymy osvitnimy potrebamy [Psychocorrectional potential of dance and movement therapy in working with children with special educational needs]. Kuiv. (1). C. 187–200. [in Ukrainian]

7. Taranchenko, O. M. (2016). Inklyuzyvna kompetentnist′ pedahoha yak umova yakisnoyi osvity dlya ditey z osoblyvymy osvitnimy potrebamy [Inclusive competence of a teacher as a condition for quality education for children with special educational needs]. Kuiv. 200 s. [in Ukrainian]

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

РАЗВОДОВА Марина – доктор філософії, викладач-методист хореографії вищої кваліфікаційної категорії КЗ «Балтський педагогічний фаховий коледж».

Наукові інтереси: професійна підготовка студентів педагогічного коледжу.

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

RAZVODOVA Marina Valeriyevna – Doctor of Philosophy, teacher-methodologist of choreography of the highest qualification category of the Municipal Institution «Balta Pedagogical Professional College».

Scientific interests: professional training of students of the pedagogical college.

Стаття надійшла до редакції 15.03.2026 р.
Стаття прийнята до друку 27.03.2026 р.

УДК 373.5.016:514.11(477)
DOI: 10.36550/2415-7988-2026-1-223-405-410 **ISSN 2415–7988 (Print) ISSN 2521–1919 (Online)**

РУДИК Олександр –
кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри природничо-математичної освіти й технологій
Інституту післядипломної освіти
Київського столичного університету імені Бориса Грінченка
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3676-0688
e-mail: o.rudyk@kubg.edu.ua

ПРОБЛЕМИ ВИВЧЕННЯ БЕЗПОСЕРЕДНІХ НАСЛІДКІВ АКСІОМ ПЛАНІМЕТРІЇ У ЗАГАЛЬНООСВІТНІЙ ШКОЛІ

У статті описано проблеми існування бар'єру на шляху до якісної загальної середньої освіти у царині геометрії. Мова йде про вивчення безпосередніх наслідків аксіом планіметрії та його впливу на правильне сприйняття курсу математики. Вони стосуються розвитку критичного мислення у час, найсприятливіший для розвитку уміння зосереджувати увагу і критично мислити при вивченні основ планіметрії. Вивчення математики (особливо геометрії) у школі традиційно пов'язують з розвитком логічного мислення. Але відсутність строгих формулювань та умінь виводити з них властивості об'єктів вимушує здобувачів освіти пристосуватися до методики викладання, при якій доводять лише те, на що викладач чи автор підручника звертає увагу. Надмірна апеляція до наочності при відсутності відповідних зауважень з боку вчителя призводить до невміння помічати необхідність обґрунтувати міркування з опорою на аксіоми та вже встановлені факти. Проблема полягає не лише у тому, що якісь знання не *отримано, а уміння й навички не вироблено. Цим ускладнено правильне упорядкування навчального матеріалу учнем у майбутньому, коли він зіткнеться з порушенням логіки викладу при потребі мати логічно упорядковані знання як фахівцю.*

Іншою проблемою є неузгодженість термінології. І мова не лише про різні формулювання у різних підручниках. Деякі автори підручників використовують неозначене ними поняття фігури. А ті, хто його подають як множину точок, роблять це недосконало з точки зору формальної логіки. Інколи означення поняття у шкільному підручнику може мати кілька істотно різних за змістом тлумачень. У результаті відбувається звикання до неуважного сприйняття словесних формулювань, підміни їхнього змісту на рівні образного мислення без відповідного виправлення на словесному рівні.

Мета роботи – дослідити можливість подання вичерпного опису подолання описаних проблем, прийнятного для вчителів-початківців і здобувачів загальної середньої освіти.

Видається перспективним аналогічне за метою дослідження проблеми логічно послідовного подання учням щонайменше основ теорії цілих та раціональних чисел при профільному вивченні математики.

Ключові слова: *логіка вивчення математики, критичне мислення, аксіоми, безпосередні наслідки, наочність, рівні опанування математичною теорією.*

RUDYK Oleksandr –
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor, Associate Professor at the Department of Natural and Mathematical Education and Technologies
Institute of In-Service Education
Borys Grinchenko Kyiv Metropolitan University
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3676-0688
e-mail: o.rudyk@kubg.edu.ua

PROBLEMS OF STUDYING THE DIRECT CONSEQUENCES OF THE AXIOMS OF PLANIMETRY IN A GENERAL SCHOOL

The article describes the problems of the existence of a barrier to high-quality general secondary education in the field of geometry. It is about studying the direct consequences of the axioms of planimetry and its influence on the correct perception of the mathematics course. They concern the development of critical thinking at the time most favorable for the development of the ability to concentrate and think critically when studying the basics of planimetry. The study of mathematics (especially geometry) at school is traditionally associated with the development of logical thinking. The lack of strict formulations and the ability to deduce the properties of objects from them forces students to adapt to the teaching methodology, in which they prove only what the teacher or the author of the textbook draws attention to. Excessive appeal to clarity in the absence of appropriate comments from the teacher leads to the inability to notice the need to substantiate reasoning based on axioms and already established facts. The problem is not only that some knowledge is not obtained, but skills and abilities are not developed. This complicates the correct ordering of educational material by the student in the future, when he will encounter a violation of the logic of the presentation when he needs to have logically ordered knowledge as a specialist.

Another problem is the inconsistency of terminology. And it is not only about different formulations in different textbooks. Some textbook authors use the concept of a figure that they do not define. And those who present it as a set of points do so imperfectly from the point of view of formal logic. Sometimes the definition of a concept in a school textbook can have several significantly different interpretations in terms of content. As a result, there is a habituation to inattentive perception of verbal formulations, substitution of their content at the level of figurative thinking without appropriate correction at the verbal level.

The purpose of the work is to investigate the possibility of presenting a comprehensive description of overcoming the described problems, acceptable for novice teachers and students of general secondary education.

It seems promising to study the problem of logically consistent presentation to students of at least the basics of the theory of integers and rational numbers in the specialized study of mathematics, similar in purpose.

Key words: *logic of learning mathematics, critical thinking, axioms, immediate consequences, clarity, levels of mastery of mathematical theory.*

Постановка та обґрунтування актуальності проблеми. Вивчення математики у школі традиційно пов’язують з розвитком логічного мислення. Насправді мету *строго* логічно послідовного вивчення математики у навчальних програмах не проголошують. А при запропонованих МОН підручниках [1] не досягають і не можуть досягнути. Власне аксіоматику Гільберта не подають, а лише у кращому випадку згадують кількома словами: «Аналіз систем аксіом, які запропонував Евклід, тривав не одне століття. Його на межі XIX і XX ст. Завершив видатний німецький математики Давид Гільберт (1862–1943). Він створив повну і несуперечливу систему аксіом геометрії Евкліда» [2, с. 33]. Автори шкільних підручників модифікують цю систему з метою скорочення кількості аксіом, а учні навіть не мають можливості порівняти з першоджерелом. Наприклад, щодо структури подання висловлювань, що було б дуже повчальним. З цим наразі можна змиритися. А от відсутність строгих формулювань та показу виведення з них властивості об’єктів вже на початку ознайомлення з можливістю аксіоматичної побудови теорії примушує учнів свідомо чи несвідомо пристосуватися до методики викладання, при якій доводять лише те, на що викладач чи автор підручника звертає увагу. Проблема полягає не у тому, що якісь знання не отримано, а уміння й навички не вироблено. Найгірше те, що пригнічено здатність до критичного мислення у час, найсприятливіший до його розвитку, чим не створено передумов успішного опанування логікою та структурою наукових знань у майбутньому.

Згодом, при переході до вищої освіти, це проявляється стресом і невдачами студентів при спробі підлаштуватися під суворіші вимоги організації матеріалу.

У 1957 році оприлюднено модель ван Хіле, використання якої ефективне вже у 8 класі при вивченні геометрії [3]. Чинні навчальні програми й підручники з математики для закладів загальної середньої освіти в Україні передбачали у минулому й передбачають зараз обов'язкове опанування теорією на перших трьох рівнях в усіх загальноосвітніх навчальних закладах до локальної дедукції (рівень 3) включно. Але навіть у класах з поглибленим чи профільним вивченням математики останнє спостерігаємо ситуативно: лише там, де про це скаже вчитель. А він про це каже не завжди. Особливо при спробі перейти до рівня 4 аксіоматичного викладу теорії.

Розглянемо, наприклад, задачу №47 з підручника [4, с. 23], яка полягає у доведенні такого висловлювання: *відрізки, що сполучають внутрішні точки двох різних сторін трикутника з протилежними вершинами, перетинаються.* У підручнику [4] її подано як задачу для учнів 7 класу. Цю задачу запропонували учням 8 класу на II (районному) етапі Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики у місті Києві у 1997 році, багато з яких вчилися саме за цим підручником попередніх видань. Її ніхто не розв'язав! Немає підстав вважати, що зараз ситуація покращилася, якщо врахувати, що цієї задачі немає у чинних підручниках. Охочі можуть відтворити експеримент автора, багатократно проведений у провідних щодо викладання математики ліцеях і гімназіях міста Києва у 2001–2018 роках: запропонувати учням вивести учням вже згадане висловлювання з аксіом. І переконатися у повній безпорадності більшості (досвід автора – всіх) учнів. Парадоксальна ситуація: ми вимагаємо від учнів довести те, що 3 медіани трикутника перетинаються в одній точці у той час, коли вони неспроможні довести те, що 2 медіани трикутника перетинаються в одній точці.

У закладі вищої освіти студенти одразу працюють на 3–4 рівнях опанування теорією – локальна дедукція і аксіоматичний виклад. Тому природним для якісної освіти видається повідомлення учням про 5 рівнів (останній 5 рівень – це побудова аксіоматики безвідносно до конкретної реалізації) та навчання на 3–4 рівнях. Як свідчить досвід попередніх поколінь, перехід до елементів аксіоматичного підходу у 7 класі може бути успішним. Причина труднощів його запровадження полягає у тому не у стільки у складності матеріалу, скільки у тому, що учень починає мислити, зосереджувати свою увагу й висловлювати свою думку на такому рівні, на якому він цього не робив раніше. Інакше кажучи, у цьому випадку він вимушений працювати на межі своїх можливостей і розвиватися. Такий перехід – важкий у будь-якому віці, але не у будь-якому віці можливий. *Відкладання на майбутнє розв'язання проблеми* сприйняття аксіоматичного підходу та уміння логічно послідовно, стисло й несуперечливо висловлювати свої думки *несе небезпеку проґавити той час, коли ще можна чомусь навчити у цьому напрямку.*

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання про те, з чим потрібно знайомити учнів, розпочинаючи вивчення геометрії, й досі є предметом обговорення з апеляцією до різних підходів. На думку О. Школьного «Традиційно вивчення геометричного матеріалу з використанням абстрактного аксіоматичного методу розпочинається в 7 класі та викликає в учнів значні труднощі щодо його сприйняття, а у вчителів – труднощі щодо обґрунтування доцільності саме такого викладу» [5]. Тому природною видається думка про те, що все ще є потреба «подати в *належному* форматі матеріал, який стосується аксіом планіметрії» [6]. У методичному посібнику [7] можна зустріти рекомендації й такого змісту: «Використання емпіричного досвіду учня, наочно-інтуїтивного підходу в навчанні передбачає: *послаблення* аксіоматичної лінії...» Цей самий посібник містить також згадку про використання одного слова в різних джерелах для двох різних понять: «многокутник як певна лінія і многокутник як певна область». Проблема неузгодженості та правильності використання термінології характерна не лише для України. Наприклад, багато учнів Чехії не вважають внутрішню точку двовимірної фігури точкою фігури. А з точки зору чеських науковців, такі учні мають помилкове уявлення, що «двовимірна фігура – це те саме, що й межа фігури» [8]. Хоча природним і узгодженим з подальшим вивченням математики видається вживання термінів многокутник і межа многокутника. Проте, виявлення й дослідження конкретних шляхів вирішення проблема логічних пропусків на початку вивчення геометрії не набула достатнього науково-інформаційного висвітлення, що позначилося на виборі автора проблематики дослідження

І у підручнику [4], і в пізніших підручниках, у тому числі й кількох чинних підручниках [1] для 7 класу спостерігаємо традицію використовувати:

- *неозначене поняття геометричної фігури* з оголошенням певних об'єктів геометричними фігурами, але без пояснення, що не може бути фігурою;
- *означення. що має кілька тлумачень.* Наприклад, *у* підручнику без означення поняття фігури пишуть таке: «Кутом називається фігура, яка складається із двох променів, які мають спільний початок. При цьому кожен із променів називається стороною кута, а їхній спільний початок – вершиною кута» [9, с. 32]. Що значить складається? Це 2-елементна множина: {одна сторона кута, інша сторона кута} чи об'єднання сторін кута, що містить незліченну кількість точок? Можливо, існує інше тлумачення? А що діяти з тим, що два промені зі спільним початком задають насправді два різні кути без спільних внутрішніх точок? Пишуть про внутрішню й зовнішню область кута [2, с. 19], не даючи означення, що це за об'єкти, а лише подаючи ілюстрації.

Висновок дослідження [10]: «будь-яку геометричну фігуру усвідомлюють як сукупність точок» або взагалі не має явного підтвердження в підручнику, або нелогічно втілено при викладі матеріалу. Наприклад, пишуть таке: «Найпростіша геометрична фігура – точка... З точок складаються всі інші фігури. Будь-яка множина точок є геометричною фігурою» [2, с. 7]. У цьому випадку маємо дві *різні* фігури: точку й множину, що містить лише цю точку. Останній об'єкт ніхто ніяк не згадує у навчальній літературі. Тоді навіщо його запроваджувати?

У шкільних підручниках для 8 класу [1] чотирикутники називають опуклими за їхнім розташуванням відносно продовжень сторін, не пояснивши, що ж таке опуклість фігури в загальному випадку. Поняття опуклості «зависає» на тривалий час, щоб у старшій школі асоціюватися з використанням другої похідної. І лише! Нехтуючи зв'язком із задачами оптимізації та виглядом множини розв'язків задачі на пошук глобального мінімуму (максимуму), проходять повз прикладу високої оцінки суспільством математики, а саме – математичних моделей економіки. За які, до речі, математики отримували Нобелівські премії. І у першу чергу за них! Поняття опуклості можна запровадити вже у 7 класі, активно використовувати його у дослідженні опуклості функцій без другої похідної вже у 8 класі. А у 9 класі після вивчення рівнянь прямої на площині використати для повчального обґрунтування елегантного алгоритму визначення геометричного місця точок, для яких сума відстаней до даних прямих координатної площини є найменшою – див. задачу Мотель завдання № 2 відбірково-тренувальних зборів команди міста Києва до IV етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з інформатики [11].

Мета статті – дослідити можливість подання вичерпного опису подолання наявних прогалин у логіці подання шкільного курсу геометрії щодо доведення деяких безпосередніх наслідків аксіом планіметрії, прийнятний для вчителів-початківців і здобувачів загальної середньої освіти.

Виклад основного матеріалу дослідження. Вирішення згаданої вище проблеми насправді потребує незначного навчального часу, але ретельної продуманості усіх кроків, уваги й наполегливості усіх учасників навчального процесу. Особливо це стосується вчителя, вимушеного доводити додаткові твердження або переформулювати означення наявних підручників. Наприклад, таким чином (нижче перелічено не всі поняття шкільного курсу планіметрії 7 класу, а лише ті, означення яких, на думку автора, вимагають зміни формулювання):

- **Геометрична фігура** – *це множина точок, а елемент геометричної фігури – це її підмножина. Точка не є фігурою при такому означенні.* Альтернатива: точка або довільна множина точок, що містить більше, ніж 1 точку – так, як це розуміють, але формулюють автори підручників.
- **Опукла множина** (точок) – *це множина точок, для довільних двох з яких всі точки відрізка, що їх сполучає, належать до цієї множини.* Зауважимо: *перетин довільної кількості опуклих множин є опуклою множиною.*
- **Півплощина**, *обмежена прямою l на площині – це множина всіх точок площини, що лежать по один бік від прямої l.*
- **Замкнена півплощина,** *обмежена прямою l на площині – це об'єднання множини всіх точок площини, що лежать по один бік від прямої l, з прямою l.*
- **Розгорнутий плоский кут** – *це півплощина.*
- **Плоский кут, менший від розгорнутого** – *це перетин двох різних півплощин однієї площини, обмежених різними прямими, що перетинаються в одній точці.*
- **Плоский кут, більший від розгорнутого** – *це об'єднання двох різних півплощин однієї площини, обмежених різними прямими, що перетинаються в одній точці.*

Зауваження.

- Якщо два різні промені OA і OB на площині належать до однієї прямої, як підмножини, то вони задають два розгорнутих плоских кути – дві півплощини.
- Якщо два різні промені OA і OB на площині не належать до однієї прямої, як підмножини, то вони задають два плоских кути:
  - перетин двох півплощин:
    - півплощини, обмеженою прямою OA, що містить точку B;
    - півплощини, обмеженою прямою OB, що містить точку A;
  - об'єднання двох півплощин:
    - півплощини, обмеженою прямою OA, що не містить точку B;
    - півплощини, обмеженою прямою OB, що не містить точку A.

Про обидва ці кути кажуть, що вони мають вершину O і сторони OA і OB. Один з цих кутів, більший від розгорнутого, містить як строгі підмножини півплощини, обмежені прямими, що містять O. Інший кут, менший від розгорнутого, є строгою підмножиною півплощин, обмежених прямими, що містять O.

- **Замкнений кут –** *це об'єднання кута та його сторін.*
- **Трикутник** *ABC (за умови, що різні точки A, B, C не належать до однієї прямої) – це перетин трьох таких півплощин:*
  - *півплощини, що містить A і обмежена прямою BC;*
  - *півплощини, що містить B і обмежена прямою AC;*
  - *півплощини, що містить C і обмежена прямою AB.*

Точки A, B, C називають вершинами трикутника ABC, а відрізки AB, AC, BC – його сторонами.

Опуклість півплощини, замкненої півплощини, кута, меншого від розгорнутого, і трикутника випливають з поданих вище означень.

Збільшення кількості слів в означеннях порівняно з наявними та колишніми підручниками – це плата за точність висловлювання, відповідність формальній логіці, істотне полегшення формулювання й доведення деяких властивостей фігур.

При опитуванні формулювань і доведенні безпосередніх наслідків аксіом планіметрії, поданих нижче, *рисунки у роботі учня не є обов'язковими* (див., наприклад, нижче доведення Теореми 1). Вони доцільні при першому знайомстві з поняттями й теоремами. Але учні повинні усвідомити, що для їхнього розвитку й кращого розуміння змісту бажано у подальшому при можливості уявляти розташування фігур замість того, щоб їх рисувати. Правда, зробити таке вони зможуть лише після тривалої практики рисування. Кінцевою метою є уміння:

- розуміти й *висловлювати* доведення;
- помічати необхідність доведення певних висловлювань, навіть якщо про це не згадує учитель чи автор підручника.

На думку автора, не вирішивши проблему доведення безпосередніх наслідків аксіом планіметрії, учитель не має морального права вимагати від учнів уміння доводити. А якщо буде вимагати, то в найкращому випадку досягне «*ситуативної дедукції*». Коли автор зіткнувся з нерозуміння учнями 9 класу, щойно зарахованими в УФМЛ КНУ ім. Т. Шевченка того, які твердження і як потрібно доводити, він повернувся до матеріалу 7 класу, щоб показати доведення поданих далі тверджень, опитати письмово й надалі не стикатися з проблемою нерозуміння проблеми. Таким чином, хоча б із запізненням, проблема піддається вирішенню.

Теорема 1. *Якщо початок променя належить до прямої, то решта його точок або належать до прямої, або лежать по один бік від неї.*

Доведення (від супротивного). Припустимо, що існують:

- пряма l, що містить початок променя p – точку C;
- точки A і B променя p, розташовані по різні боки від прямої l.

Відрізок AB перетинає пряму l у деякій точці. Ця точка є *єдиною* точкою перетину продовження p і прямої l. Вона збігається з точкою C. Маємо: C розташована між A і B, що суперечить означенню початку променя. Отримана суперечність свідчить про хибність припущення.

Наслідком попередньої теореми є таке висловлювання: *до кута належать всі внутрішні точки променя, що містить точку всередині кута і за початок має вершину кута.*

Теорема 2. *Нехай промінь з початком у вершині кута, меншого від розгорнутого, лежить всередині кута (тобто всі точки променя, відмінні від його початку, належать до кута). Тоді цей промінь перетинає відрізок, що сполучає дві внутрішні точки різних сторін кута.*

Доведення. Для довільного кута, меншого від розгорнутого, позначимо через O його вершину, через A, B – внутрішні точки *різних* сторін кута. Продовжимо промінь OA до прямої AC (точка O розташована між точками A, C), промінь OB – до прямої BD (точка O розташована між точками B, D). Менші від розгорнутого кута кути AOB, BOC, COD і AOD не мають спільних точок (див. Рис. 1).

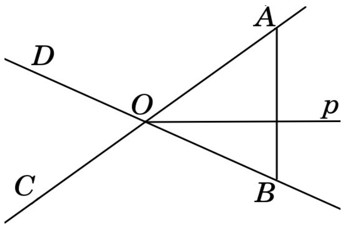

Рис. 1. До доведення Теореми 2.

Нехай p – довільний промінь, що лежить всередині кута AOB. Його продовження до прямої не містить точок A, B, C і перетинає відрізок AC у точці O, тому, згідно з аксіомою порядку Паше, вона перетинає або відрізок BC, або відрізок AB. Припустимо, що вона перетинає відрізок BC. Тоді існує промінь цієї прямої l (продовження p) з початком O, розташований всередині кута BOC. Продовження цього променя має лежати всередині кута AOD, бо:

- при перетині прямої AC буде здійснено перехід з півплощини, що містить точку B і обмежена прямою AC, до півплощини, що містить точку D і обмежена прямою AC;
- при перетині прямої BD буде здійснено перехід з півплощини, що містить точку C і обмежена прямою BD, до півплощини, що містить точку A і обмежена прямою BD.

Тому на прямій l не буде точок всередині кута AOB. Отримана суперечність з розташуванням променя p всередині кута AOB свідчить про хибність припущення. Тому пряма l перетинає відрізок AB.

Доведемо, що ця точка перетину належить до променя p. Пряма l складається з трьох частин:

- O – початок променя p;
- внутрішні точки променя p, розташовані всередині кута AOB;
- точки поза променем p – ззовні замкненого кута AOB.

Маємо:

- всі точки відрізка $[A, B]$ належать до замкненого кута AOB;
- точка перетину відрізка $[A, B]$ з прямою l:
  - належить до замкненого кута AOB;
  - не належить до сторін кута AOB;
  - належить до кута AOB;
  - належить до променя p.

Теорема 3. *Відрізки, що сполучають внутрішні точки двох різних сторін трикутника з протилежними вершинами, перетинаються.*

Доведення. Нехай у довільному трикутнику ABC: D – внутрішня точка сторони AB; F – внутрішня точка сторони AC.

Згідно з попередньою теоремою:

- промінь AF перетинає відрізок CD;
- промінь CD перетинає відрізок AF.

Згідно з аксіомою сполучення дві різні прямі AF і CD перетинаються лише в одній точці, яка і є точкою перетину відрізків AF і CD. Цю точку на Рис. 2 позначено літерою G.

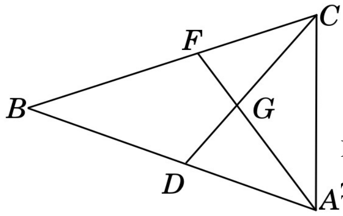

Рис. 2. До доведення Теореми 3.

Висновки та перспективи подальших розвідок напряму. У роботі подано опис наявних прогалин у логіці подання шкільного курсу геометрії щодо доведення деяких безпосередніх наслідків аксіом планіметрії. Дано конкретні, стислі й вичерпні рекомендації щодо відповідного доповнення змісту освіти зміною формулювань кількох означень та доведенням трьох теорем. Видається перспективним аналогічне за метою дослідження проблеми логічно послідовного подання учням інших розділів математики, наприклад, основ теорії цілих та раціональних чисел при профільному вивченні математики.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Шкільні підручники. URL: https://pidruchnyk.com.ua
2. Істер О. Геометрія : підручник для 7-го класу закладів загальної середньої освіти. Київ : Генеза. 2024. 224 с.
3. Salud M., Delos M., Monaliza L., Demaisip A. The Van Hiele model in teaching geometry. *World.* 2022. Vol. 4. No 1. P. 10-22. DOI: 10.18488/119.v4i1.3087
4. Погорєлов О. В. Геометрія : Планіметрія. Підручник для 7-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів. 7 видання. Київ : Школяр. 2004. 240 с.
5. Школьний, О. Методичні особливості вивчення логічних основ математики в інтегрованому курсі «Математика» для учнів 7 класу НУШ. *Дидактика математики: теорія, досвід, інновації.* 2024. № 2. С. 20–28. DOI: 10.31652/3041-2277-2024-2-20-28
6. Ленчук І. Із чим найперше потрібно ознайомити учнів 7-го класу, розпочинаючи вивчення геометрії. *Дидактика математики: теорія, досвід, інновації.* 2025. № 4. С. 28-50. DOI: 10.31652/3041-2277-2025-4-28-50.
7. Прикладна спрямованість навчання математики в гімназії: методичний посібник / М. І. Бурда та ін. [Електронне видання]. Київ : Видавничий дім «Освіта». 2024. 161 с. URL: https://undip.org.ua/wp-content/uploads/2024/06/Metodychnyy-posibnyk.-Prykladna-spriamovanist.pdf
8. Moravcová V. Mathematics textbooks as a possible cause of students' misconceptions in planimetry. *Educational Resources in the Mathematics Classroom.* 2004. P. 37–49. URL: https://cme.ur.edu.pl/wp-content/uploads/2025/06/cme-2024.pdf#page=37
9. Тадеєв В. О. Геометрія : підручник для 7-го класу закладів загальної середньої освіти. Тернопіль : Навчальна книга – Богдан. 2023. 272 с.
10. Бачинська О. О., Драганюк С. В., Синюкова О. М. Щодо концепцій, понять, позначень і методології теорії множин у контенті стандартних курсів планіметрії закладів загальної середньої освіти. *Наукові записки. Серія: Педагогічні науки.* 2024. № 214. С. 112–118. DOI: 10.36550/2415-7988-2024-1-214-112-118.

11.Київські учнівські олімпіади з інформатики станом на 1 вересня 2025 року. Зміст. URL: https://www.kievoi.ippo.kubg.edu.ua/kievoi/index1.html

REFERENCES

1. Shkilni pidruchnyky [School textbooks]. (2025). Available at: https://pidruchnyk.com.ua. (Accessed 14 May 2026). [in Ukrainian]

2. Ister, O. (2024). Heometriia : pidruchnyk dlia 7-ho klasu zakladiv zahalnoi serednoi osvity [Geometry: a textbook for the 7th grade of general secondary education institutions]. Kyiv: Geneza. 224 s. [in Ukrainian]

3. Salud, M., Delos, M., Monaliza, L., & Demaisip, A. (2022). The Van Hiele model in teaching geometry. World. 4 (1). S. 10–22. DOI: https://doi.org/10.18488/119.v4i1.3087 [in English]

4. Pogorelov O. V. (2004). Heometriia : Planimetriia. Pidruchnyk dlia 7–9 klasiv zahalnoosvitnikh navchalnykh zakladiv [Geometry: Planimetry. Textbook for grades 7–9 of general educational institutions] 7th edition. Kyiv: Shkolaryar. 240 s. [in Ukrainian]

5. Shkolny, O. (2024). Metodychni osoblyvosti vyvchennia lohichnykh osnov matematyky v intehrovanomu kursi «Matematyka» dlia uchniv 7 klasu NUSh [Methodological features of studying the logical foundations of mathematics in the integrated course "Mathematics" for 7th grade students of the NUS]. Dydaktyka matematyky: teoriia, dosvid, innovatsii [Didactics of Mathematics: Theory, Experience, Innovations]. №2. S. 20–28. DOI: https://doi.org/10.31652/3041-2277-2024-2-20-28 [in Ukrainian]

6. Lenchuk, I. (2025). Iz chym naipershe potribno oznaiomyty uchniv 7-ho klasu, rozpochynaiuchy vyvchennia heometrii. [What should be introduced to 7th grade students first when starting to study geometry?] Dydaktyka matematyky: teoriia, dosvid, innovatsii [Didactics of Mathematics: Theory, Experience, Innovations]. № 4. S. 28–50. DOI: https://doi.org/10.31652/3041-2277-2025-4-28-50 [in Ukrainian]

7. Burda, M. I., Vasylieva, D. V., Voloshena, V. V., Vashulenko, O. P., & Tarasenkova, N. A. (2024). Prykladna spriamovanist navchannia matematyky v himnazii: metodychnyi posibnyk [Applied orientation of mathematics teaching in gymnasium: methodological manual] [Electronic edition]. Kyiv: Publishing house "Osvita". 161 p. URL: https://undip.org.ua/wp-content/uploads/2024/06/Metodychnyy-posibnyk.-Prykladna-spriamovanist.pdf [in Ukrainian]

8. Moravcová, V. (2004). Mathematics textbooks as a possible cause of students' misconceptions in planimetry. Educational Resources in the Mathematics Classroom. S. 37–49. URL: https://cme.ur.edu.pl/wp-content/uploads/2025/06/cme-2024.pdf#page=37 [in English]

9. Tadeev, V.O. (2023). Heometriia : pidruchnyk dlia 7-ho klasu zakladiv zahalnoi serednoi osvity [Geometry: a textbook for the 7th grade of general secondary education institutions]. Ternopil: Textbook - Bohdan. 272 p. [in Ukrainian]

10.Bachynska, O. O., Drahaniuk, S. V., & Syniukova, O. M. (2024). Shchodo kontseptsii, poniat, poznachen i metodolohii teorii mnozhyn u kontenti standartnykh kursiv planimetrii zakladiv zahalnoi serednoi osvity [Regarding the concepts, notions, notations, and methodology of set theory in the content of standard planimetry courses in secondary education institutions.]. Naukovi zapysky. Seriia: Pedahohichni nauky. (214). S. 112–118. DOI: https://doi.org/10.36550/2415-7988-2024-1-214-112-118. [in Ukrainian]

11.Kyivski uchnivski olimpiady z informatyky stanom na 1 veresnia 2025 roku. Zmist [Kyiv Student Olympiads in Informatics as of September 1 2025. Contents]. (2025). Available at: https://www.kievoi.ippo.kubg.edu.ua/kievoi/index1.html [in Ukrainian]

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

РУДИК Олександр – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри природничо-математичної освіти й технологій Інституту післядипломної освіти Київського столичного університету імені Бориса Грінченка.

Наукові інтереси: методика викладання математики й інформатики.

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

RUDYK Oleksandr – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Natural and Mathematical Education and Technologies, Institute of In-Service Education of Borys Grinchenko Kyiv Metropolitan University.

Scientific interests: teaching methods of mathematics and computer science.

Стаття надійшла до редакції 15.03.2026 р.
Стаття прийнята до друку 27.03.2026 р.

УДК 378.091.33-027.22-048.63:61-057.87
DOI: 10.36550/2415-7988-2026-1-223-410-417 **ISSN 2415–7988 (Print) ISSN 2521–1919 (Online)**

ПАРФЕНЮК Марія –
викладач кафедри клінічного медсестринства
і невідкладних станів
Львівської медичної академії імені Андрея Крупинського,
аспірант факультету педагогічної освіти
Львівського національного університету імені Івана Франка
ORCID: https://orcid.org/0009-0007-6580-6813
e-mail: parfenyk.maria@gmail.com

ТЕОРЕТИЧНО-ПЕДАГОГІЧНИЙ АНАЛІЗ СУТІ СИМУЛЯЦІЙНОГО НАВЧАННЯ ТА ЗАСТОСУВАННЯ ЙОГО ОСОБЛИВОСТЕЙ У МЕДИЧНОМУ ОСВІТНЬОМУ ПРОСТОРІ

Стаття присвячена обґрунтуванню теоретичного змісту дефініції «симуляційне навчання» та визначення його місця та значення у системі понятійно-категоріального апарату медичної педагогіки. Зроблений автором аналіз існуючих наукових підходів щодо трактування суті та особливостей медико-симуляційного навчання, доказана наявність різноманітних та іноді спірних його тлумачень та визначень, що значно ускладнює сам процес запровадження у педагогічну практику сучасних інноваційних технологічних методів, зокрема і у медичному освітньому просторі.

Новизна даного дослідження полягає у тому, що на основі здійснення класифікації різних визначень змісту поняття «симуляційне навчання» пропонується системний підхід щодо його трактування як у широкому розумінні, так і вузькому, враховуючи при цьому онтологічний і гносеологічний аспекти, що значно спрощує і поглиблює теоретичне усвідомлення його суті.

Акцентується увага на тому, що підготовка студентів-медиків з урахуванням освоєння ними знань, теоретичних положень симуляційного навчання як специфічної підсистеми медичної педагогіки є необхідною передумовою для отримання якісних