

УДК 378.016:51]:165/168(045)

DOI: 10.36550/2415-7988-2025-1-221-12-18

АКУЛЕНКО Ірина –

доктор педагогічних наук, професор,
професор кафедри математики
та методики навчання математики
Черкаського національного університету
імені Богдана Хмельницького
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4603-409X>
e-mail: akulenkoira@ukr.net

АТАМАСЬ Володимир –

кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри математики
та методики навчання математики
Черкаського національного університету
імені Богдана Хмельницького
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2819-5829>
e-mail: atamas_v@ukr.net

ВІД АБСТРАГУВАННЯ ДО МОДЕЛЮВАННЯ: МЕТОДОЛОГІЧНИЙ ПОТЕНЦІАЛ МАТЕМАТИЧНИХ НАВЧАЛЬНИХ ДИСЦИПЛІН У ПІДГОТОВЦІ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

У статті досліджується проблема формування методологічних знань у майбутніх вчителів математики як основи їхньої професійної діяльності. Автори обґрунтовують, що такі знання допомагають педагогу формувати в учнів світогляд, математичну культуру та розуміння шляхів наукового пізнання дійсності засобами математики. Аналіз наукових праць показує, що методологічні знання філософського рівня, що тісно пов'язані із філософсько-методологічними аспектами науки математики, можливо і доцільно формувати у майбутніх учителів математики не лише у процесі навчання філософських дисциплін. Значний потенціал у цьому аспекті мають обов'язкові математичні дисципліни циклу фахової підготовки студентів спеціальності А-4 Середня освіта (математика). У статті схарактеризовано методологічні знання філософського рівня, які опановують майбутні фахівці у процесі вивчення лінійної алгебри, зокрема вказано на основні філософські дихотомічні категорії, що автори відносять до методологічних знань філософського рівня. Вказано на основні філософські концепції, що відносять до філософського рівня методологічних знань. Особливу увагу приділено ключовим гносеологічним прийомам: абстрагування, ідеалізації, формалізації та математичному моделюванню. Розглянуто такі види абстрагування: абстракція ототожнення, абстракція потенційної реалізованості, абстракція актуальної нескінченності, а також як їх реалізовано у побудові фундаментальних понять, якими оперує лінійна алгебра. Автори підкреслюють, що з методологічної точки зору важливо наголошувати, що специфіка математичного знання проявляється в тому, що математичні ідеї мають величезний вплив не тільки на людське мислення в цілому, а й на його практичне застосування у вигляді математичних моделей. Стаття наводить конкретні приклади задач (з економіки, хімії, аналітичної геометрії), які демонструють, як фундаментальні поняття лінійної алгебри можуть виступати математичними моделями для аналізу реальних процесів. Зроблено висновок про те, що професійна підготовка вчителя математики вимагає акцентів на методологічних аспектах, що дозволить молодому фахівцю у своїй майбутній професійній діяльності якісно формувати в учнів уявлення про математику як про універсальний інструмент пізнання реального світу.

Ключові слова: майбутній учитель математики, професійна підготовка, методологічні знання філософського рівня, навчання лінійної алгебри.

AKULENKO Iryna –

Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Professor of the Department of Mathematics and Methods
of Teaching Mathematics
Bohdan Khmelnytsky National University of Cherkasy
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4603-409X>
e-mail: akulenkoira@ukr.net

ATAMAS Volodymyr –

Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor, Associate Professor of the Department
of Mathematics and Methods of Teaching Mathematics
Bohdan Khmelnytsky National University of Cherkasy
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2819-5829>
e-mail: atamas_v@ukr.net

FROM ABSTRACTION TO MODELING: THE METHODOLOGICAL POTENTIAL OF THE EDUCATIONAL DISCIPLINE "LINEAR ALGEBRA" IN THE TRAINING OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

The article investigates the problem of forming future mathematics teachers' methodological knowledge as the basis of their professional activity. The authors argue that such knowledge helps teachers to shape students' worldview, mathematical culture, and understanding of the ways of scientific cognition of the real world by means of mathematics. An analysis of scientific works shows that methodological knowledge at the philosophical level, which is closely related to the philosophical and methodological aspects of mathematics

as a science, is important, possible, and appropriate to be formed in future mathematics teachers not only during the study of philosophical disciplines. Compulsory mathematical disciplines in the professional training cycle for students of specialty A-4 Secondary Education (Mathematics) have significant potential in this regard. The article characterizes the methodological knowledge at the philosophical level that future specialists acquire during the study of linear algebra, specifically highlighting the main philosophical dichotomous categories that the authors attribute to this level of methodological knowledge. It also points to the main philosophical concepts that belong to the philosophical level of methodological knowledge. Special attention is given to the key epistemological methods: abstraction, idealization, formalization, and mathematical modeling. The article examines the following types of abstraction: abstraction of identification, abstraction of potential realizability, and abstraction of actual infinity, as well as how they are implemented in the construction of the fundamental concepts that linear algebra operates with. The authors emphasize that, from a methodological point of view, it is important to stress that the specificity of mathematical knowledge is manifested in the fact that mathematical ideas have a huge impact not only on human thinking in general but also on its practical application in the form of mathematical models. The article provides concrete examples of problems (from economics, chemistry, analytical geometry) that demonstrate how the fundamental concepts of linear algebra can act as mathematical models for the analysis of real-world processes. The conclusion is that the professional training of a mathematics teacher requires an emphasis on methodological aspects, which will enable the future specialist to effectively shape students' understanding of mathematics as a universal tool for cognizing the real world in their future professional activities.

Keywords: future mathematics teacher, professional training, methodological knowledge at the philosophical level, teaching of linear algebra.

Постановка та обґрунтування актуальності проблеми. Методологічні знання для вчителя математики – не просто «додатковий багаж», а основа, підґрунтя його професійної діяльності. Вони допомагають учителю сформувати світогляд учнів, їхню математичну культуру. Керуючись методологічними знаннями вчитель може продемонструвати учнівству шляхи наукового пізнання реального світу засобами математики, показати гносеологічний потенціал побудови математичних абстракцій і математичного моделювання, переконати в універсальності такого підходу. Методологічні знання вчителя створюють підґрунтя для методологічно і дидактично виваженої роботи із формування у школярів спроможності встановлювати закономірності, опановувати зміст математичних понять, формулювати й доводити математичні факти, із формування уявлень учнівства про те, як працює аналогія у відшуканні суб'єктивно нових способів математичної діяльності, як відрізнити вірогідні (правдоподібні) та істинні твердження, що таке класифікація, систематизація, узагальнення, конкретизація, як ними оперувати на множинах матеріальних об'єктів та математичних абстракцій. Розуміння методології дозволяє показати внутрішньооб'єктні та міжпредметні зв'язки математики з іншими галузями знань, математичних дисциплін між собою. Відтак, у процесі професійної підготовки майбутнього вчителя математики необхідно і важливо приділяти увагу методологічним аспектам математики, зокрема, формувати методологічні знання у студентів спеціальності А4 Середня освіта (математика) у процесі навчання математичних дисциплін циклу професійної підготовки.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Проблематику формування методологічних знань у майбутнього вчителя математики активно досліджували та висвітлювали багато науковців у галузі математики, дидактики математики та педагогіки. Серед них можна виділити кілька ключових фігур, які зробили значний внесок у розв'язання цієї проблеми. Окремі питання розвитку і формування системи методологічних знань в учнів та студентів розглядали у своїх роботах Г. Бевз, М. Бурда, З. Слєпкань, А. Столяр, Б. Будний [2], А. Кузьмінський, Н. Тарасенкова, І. Акуленко [9], Н. Кугай [5; 6; 7; 8], Н. Пастернак [13], О. Семенович і Т. Ломаєва [15], В. Мадер, С. Раков [14],

Л. Соколенко [16], Д. Требенко [18], О. Требенко [19], С. Шевцова [21], Є. Хриков [20] та інші. Систему методологічних знань конкретно-наукового рівня з лінійної алгебри відобразили в підручниках з лінійної алгебри науковці-математики Ф. Гантмахер, І. Генльфанд, Ж. Дьедонне, Л. Головіна, С. Завало, В. Костарчук, Б. Хацет, А. Кострікін, Л. Калужнін, В. Вишенський, Ц. Шуб, А. Курош, А. Мальцев, І. Проскураков, О. Рокіцький, А. Солодовников, Д. Требенко, О. Требенко, Д. Фадєєв, В. Чарін, G. Strang, D. C. Lay, C. D. Meyer та ін. У науковому дискурсі (Н. Кугай [8]) обґрунтовано поділ методологічних знань за рівнями: філософський, загальнонауковий, конкретнауковий рівень, рівень методів і прийомів дослідження. Перший рівень методологічних знань, як указує дослідниця, представляє собою філософські знання, отримані за допомогою методів філософії, вони формують філософсько-методологічні основи математики. Значний потенціал у цьому аспекті мають обов'язкові дисципліни у циклі фахової підготовки, як от «Лінійна алгебра», «Аналітична геометрія», «Алгебра і теорія чисел».

Мета статті – схарактеризувати методологічні знання філософського рівня, які опановують студенти спеціальності А-4 Середня освіта (математика) у процесі вивчення лінійної алгебри.

Виклад основного матеріалу дослідження. До філософського рівня методологічних знань відносять: філософські категорії, принципи, філософські ідеї. Однак не варто процес формування методологічних знань філософського рівня у майбутнього вчителя математики відносити на навчання лише філософських дисциплін. Великий потенціал у цьому аспекті має навчання і математичних дисциплін, зокрема, лінійної алгебри, оскільки саме в освітньому процесі з математичних дисциплін студенти формують своє уявлення про філософсько-методологічні основи науки математики.

Проблеми філософсько-методологічних основ математики вивчали [1] зарубіжні математики (Л. Брауер, Г. Вейль, К. Гьодель, Д. Гільберт, Ж. Д'едонне, Л. Заде, Р. Кантор, П. Коен, С. Мак-Лейн, Б. Мандельброт, Дж. Фон Нейман, А. Пуанкаре, Р. Тома, Г. Харді, К. Якобі та ін.) та вітчизняні (О. Кедровський та ін.) вчені. Філософія й методологія сучасної математики [1, с. 115] зосереджуються на проблемах істини й знання,

епістемологічного статусу математичних тверджень, онтології та діалектики математичних об'єктів, а також проблематики символу й мови, оскільки математика – це не лише опис певних абстракцій, а й феномен загальнолюдської культури.

Основні філософські дихотомічні категорії, що відносимо до методологічних знань філософського рівня: загальне/одиничне, реальне/ідеальне, якість/кількість, сутність/явище, причина/наслідок, істина/знання, скінченність/нескінченність, дискретність/неперервність тощо.

Основні філософські концепції, що відносять до філософського рівня методологічних знань (за Н. Кугай [8]): екзистенціалізм, прагматизм, матеріалізм, ідеалізм, вчення про детермінізм тощо. До цих знань дослідниця пропонує віднести знання про математичний метод пізнання дійсності (математичні поняття, аксіоми, теореми і теорії, способи математичної діяльності), що мають своїм витоком реальність і своєю метою – дослідження реальності за допомогою залучення математичного апарату у процесі математичного моделювання, а також знання про принципову відмінність математичних знань від природничих (критерій істинності: виводимість, послідовне використання дедуктивного методу доведення тверджень) та знання з історії математики. Ми вважаємо, що у процесі навчання математичних дисциплін потрібно також більшу увагу приділити гносеологічним прийомам математичного пізнання, як от: абстрагування, ідеалізація, формалізація, аксіоматизація, моделювання.

Наприклад, майбутній учитель, опановуючи зміст математичних навчальних дисциплін, формує своє уявлення і знання про природу математики, сутність і походження математичних абстракцій, співвідношення реального та ідеального, характер відображення математикою явищ і процесів реального світу. У курсі лінійної алгебри особливо важливо в даному контексті підкреслювати, що як усі науки, ця галузь математики вивчає властивості та феномени об'єктивної реальності своїми спеціальними методами, серед яких такі: побудова абстракцій як результату процесів абстрагування, використання ідеалізацій, формалізація, аксіоматизація, моделювання. Ці гносеологічні прийоми математичного пізнання є важливими для побудови системи методологічних знань студентів – майбутніх учителів математики, формування, їх математичної культури і світогляду у процесі вивчення лінійної алгебри.

До методологічних знань філософського рівня, на наш погляд, необхідно віднести знання про роботу із поняттями: виокремлення змісту й обсягу понять, знання про обернений зв'язок між змістом і обсягом понять, про правила і способи побудови різних видів означень математичних понять, про логічні основи способів побудови контрприкладів до понять, про логічні помилки у ході визначення понять та в їх означеннях. Потрібно при цьому підкреслювати, що основним методологічним принципом є допущення понять, які не мають означення, т.з. первинних понять.

Робота із поняттями, яку здійснюють студенти у ході вивчення лінійної алгебри, передбачає реалізацію таких розумових дій, як класифікація, узагальнення, конкретизація, абстрагування. Методологічні знання філософського рівня мають тісний зв'язок зі способами здійснення цих розумових дій та операцій, оскільки вони приводять до побудови формальних і неформальних теорій, що мають велике значення у лінійній алгебрі. Ця галузь математики оперує об'єктами, що є результатом складного процесу пізнання, руху думки від чуттєво-конкретних речей до абстрактних понять. Абстрагування, з одного боку, виступає як одна із загальних розумових операцій (поряд із порівнянням, аналізом, синтезом, узагальненням, класифікацією, аналогією тощо), а з іншого – є шляхом побудови математичних абстракцій, якими оперує лінійна алгебра. Ці математичні абстракції формують множину об'єктів засвоєння у навчанні «Лінійної алгебри» як навчальної дисципліни.

Аналіз гносеологічного змісту процесів абстрагування, характерних саме для математики, дав змогу А. Маркову [12, с. 15] виділити такі види математичних абстракцій, як результату цих процесів: абстракція ототожнення, абстракція потенційної реалізованості, абстракція актуальної нескінченності. *Абстракція ототожнення* формується у вигляді абстрактного поняття шляхом об'єднання, ототожнення предметів, що пов'язані між собою відношенням на зразок «рівності». Така абстракція починається зі встановлення відношення еквівалентності (має властивість рефлексивності, симетричності, транзитивності) на досліджуваній множині об'єктів. Студентам важливо підкреслити, що під час встановлення відношення еквівалентності на певній множині еквівалентні об'єкти ототожнюються за певною властивістю. Відбувається абстрагування від інших властивостей цих об'єктів і формується самостійне абстрактне поняття, яке знаходиться на більш високому ступені абстракції. У контексті побудови математичних теорій важливим є те, що абстракція ототожнення може бути застосованою повторно – до результату раніше проведеного абстрагування: у такий спосіб формуються багатоступінчаті абстракції. У курсах лінійної алгебри та аналітичної геометрії це фундаментальні поняття: поняття n -мірного лінійного векторного простору (ЛВП), арифметичного n -вимірного простору, n -мірного вектора, лінійного відображення (лінійного оператора) n -мірного векторного простору, системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР), розв'язку СЛАР, сумісної та несумісної, визначеної та невизначеної, еквівалентних СЛАР, перестановок парних і непарних, визначника, порядку визначника, матриці, видів матриць, арифметичних операцій з матрицями, мінора і алгебраїчного доповнення елемента, рангу матриці, лінійної залежності/незалежності векторів, лінійної комбінації векторів, базису і рангу системи векторів, базису і розмірності ЛВП, координат n -мірного вектора, підпростору ЛВП, ізоморфізму, скалярного добутку векторів, векторного добутку векторів, евклідового векторного

простору (ЕВП), унітарного простору, ортогональних векторів і ортогональної системи векторів ЕВП, лінійного оператора (ЛО), його області значень, ядра і дефекту, матриці ЛО, власних значень і власних векторів ЛО, спряженого, самоспряженого, унітарного лінійного оператора, спектра оператора, перетворення векторного простору, лінійної, білінійної і квадратичної форми. Поділяємо думку Н. Кугай [5], що знання змісту цих понять є знаннями вже конкретно наукового рівня. А от знання щодо способів їхнього визначення (встановлення найближчого родового поняття і характеристичних властивостей) і формулювання різних видів означень є методологічними знаннями філософського рівня.

Абстракція *потенційної реалізованості* полягає у відстороненні від актуальних обмежень конструктивних можливостей, зумовлених просторовими й часовими обмеженнями. На основі абстракції потенційної реалізованості історично відбувався процес розширення поняття числа. Кожного разу, явно чи неявно, приймалися як потенційно розв'язні такі задачі, які на основі попереднього досвіду апіорі не мали розв'язку. Наприклад, на основі абстракції потенційної реалізованості вводиться поняття уявної одиниці і комплексного числа, як розв'язків квадратних рівнянь із від'ємними дискримінантами, які відповідно до попереднього досвіду студентів не мали розв'язків. Доцільно додатково наголосити, що ідея потенційної реалізованості є універсальною і лежить, наприклад, в основі простого алгебраїчного розширення певної числової множини, а також принципу математичної індукції й відповідно методу математичної індукції.

Поняття, якими оперує лінійна алгебра, побудовані також на основі абстракції *актуальної нескінченності*, яка привела до можливості пізнання актуально нескінченних множин [1, с. 116]. Сутність її полягає у відстороненні від неможливості задати такі множини шляхом переліку їхніх елементів (наприклад множина матриць, множина визначників, множина векторів тощо). Розглядаючи нескінченні множини як актуально задані, ми оперуємо з ними за аналогією зі скінченними множинами. Ідея актуальної нескінченності лежить в основі теорії множин Г. Кантора. І, хоча застосування в канторівській теорії множин засобів оперування зі скінченними множинами до нескінченних множин призвело до виявлення суперечностей («антиномії»), важко переоцінити її революційний вплив на багато розділів математики. У контексті навчання лінійної алгебри методологічно важливою є теза, що в нескінченній множині можна виділити «індивідуалізувати» кожний її елемент, ніби вся вона може бути представленою одночасно.

До методологічних знань філософського рівня, які студенти опановують у процесі вивчення математичних дисциплін, на наш погляд, необхідно віднести знання про те, що математичні теорії будуються на основі не лише абстрагування, а й ідеалізації, формалізації, аксіоматизації й моделювання.

Процес абстрагування в математиці тісно пов'язаний із процесом ідеалізації, що виступає особливим способом формування математичних понять. За Н. Кисельовою: «Ідеалізація – це процес розумового конструювання таких понять, реальні прообрази яких можуть бути вказані з більшим або меншим ступенем наближення» [1, с. 117]. Сучасний апарат лінійної алгебри, який представлено у змісті навчальної дисципліни «Лінійна алгебра» і детально розглядається на скінченновимірних просторах довільної розмірності, є прикладом таких ідеалізацій і реалізується в аналітичній геометрії. В основі процесу ідеалізації лежить відсторонення від неможливості побудови ідеалізованих об'єктів у реальності. Але сформувавши поняття про такий ідеалізований об'єкт, оперуючи з ним, як із реально існуючим, як підкреслює Н. Кисельова, можливо більш глибоко пізнати об'єктивну реальність [1, с. 117].

Математика досліджує абстраговані від реальних ситуацій відношення та форми, надаючи їм універсального й узагальненого характеру. Математичні об'єкти, що постають як абстракції вищого порядку, знаходять широке застосування в різних сферах знань і виступають ефективним інструментом пізнання у багатьох науках. Саме цим пояснюється феномен сучасної науки – її математизація. Математизація може бути розглянута як окремий прояв більш загального процесу – формалізації. Майбутньому учителю математики, на наш погляд, у процесі опанування змісту лінійної алгебри варто ознайомитися із основними етапами «поступової формалізації» [1, с. 118]: 1) визначення знакової системи – мови моделювання (природна мова, апарат теорії множин, математичної логіки, теорії функцій, алгебраїчних структур тощо); 2) вибір підходу до побудови моделі: «зверху» (структурування, декомпозиція) або «знизу» (композиція, пошук міри близькості на просторі станів елементів); залежно від завдання підходи можуть комбінуватися чи застосовуватися паралельно; 3) фіксація вихідної множини елементів та зв'язків між ними за допомогою мови моделювання (у термінах «відношення», «відображення») без необхідності повного перерахунку всіх елементів; 4) формулювання правил перетворення зв'язків між елементами множини; 5) виявлення та фіксація нових, раніше невідомих компонентів, зв'язків, залежностей, структур; 6) включення новоотриманих компонентів та структур до початкової системи; 7) продовження процесу перетворень. Наприклад, при введенні поняття лінійного векторного простору варто підкреслити, що визначення цього поняття ґрунтується на аксіоматичному підході, модель будується «зверху», з використанням мови алгебраїчних структур (абелевої адитивної групи), в аксіоматиці відображено правила перетворення зв'язків між елементами множини (властивості операцій додавання елементів множини і множення їх на елемент поля P). А от виявлення та фіксація нових, раніше невідомих компонентів, зв'язків, залежностей, структур та включення новоотриманих компонентів та структур до початкової системи

буде відбуватися протягом вивчення усього змістового модуля «Лінійні векторні простори» і виражатися у вигляді теорем.

З методологічної точки зору важливо підкреслювати, що специфіка математичного знання проявляється в тому, що математичні ідеї мають величезний вплив не тільки на людське мислення в цілому, а й на його практичне застосування у вигляді математичних моделей. Загалом студенти мають усвідомити, що модель виступає уявною або матеріально реалізованою системою, котра відображає або відтворює об'єкт дослідження (природний чи соціальний) і здатна змінювати це відтворення так, що її вивчення дає нову інформацію щодо цього об'єкта (В Лозовецька [9]). Метод моделювання як метод наукового пізнання полягає у створенні й дослідженні заміників (моделей) досліджуваних реалій, що виконують такі функції: описову, прогностичну, евристичну, екстраполяційну, критеріальну, інтерпретаційну, управлінську, дидактичну. Модель при цьому постає як своєрідний інструмент пізнання, що його дослідник ставить між собою та об'єктом і за допомогою якого вивчає об'єкт, який його цікавить. Саме ця особливість моделювання визначає специфічні форми використання абстракцій, аналогій, гіпотез, інших категорій і методів пізнання. Об'єкти засвоєння, що опановують студенти у процесі вивчення навчальної дисципліни «Лінійна алгебра» (системи лінійних рівнянь, системи лінійних однорідних рівнянь, скінченновимірні вектори, ЛВП, ЕВП, многочлени від однієї або кількох змінних тощо), виступають математичними моделями, в яких відношення між реальними об'єктами, а саме ті, що цікавлять дослідника, замінені відношеннями між математичними категоріями. Для посилення методологічної складової процесу математичного моделювання доцільно, наприклад, добирати такі завдання і вправи, що демонструють прикладні аспекти фундаментальних понять лінійної алгебри або міжпредметні зв'язки цієї дисципліни з іншими математичними дисциплінами. Наведемо кілька прикладів.

Задача 1. Інвестор розподіляє 100 000 доларів між трьома видами облігацій: з річною прибутковістю 3%, 4% та 5%. Відомо, що загальний річний дохід від усіх інвестицій має становити 4200 доларів. Сума інвестицій в облігації з 3% та 4% прибутковістю дорівнює сумі інвестицій в облігації з 5% прибутковістю. Яку суму інвестор вклав у кожен вид облігацій?

Задача 2. Фермеру потрібно годувати тварин, використовуючи три види кормів (I, II і III), які містять необхідні поживні речовини: протеїн, вуглеводи та вітаміни. 1 кг першого корму містить 200 г протеїну, 400 г вуглеводів та 100 г вітамінів. 1 кг другого корму містить 300 г протеїну, 200 г вуглеводів та 50 г вітамінів. 1 кг третього корму містить 100 г протеїну, 500 г вуглеводів та 150 г вітамінів. Для щоденного раціону тварин потрібно 1.8 кг протеїну, 2.6 кг вуглеводів та 0.6 кг вітамінів. Скільки кілограмів кожного виду корму необхідно змішати, щоб задовольнити добову потребу тварин у поживних речовинах?

Задача 3. У лабораторії проводять аналіз суміші, що складається з трьох солей: карбонату калію (K_2CO_3), карбонату натрію (Na_2CO_3) та карбонату літію (Li_2CO_3). Відомо, що маса суміші становить 100 г. При взаємодії суміші з надлишком хлоридної кислоти (HCl) виділилося 45,8 г вуглекислого газу (CO_2). Після реакції утворилася суміш хлоридів (KCl, NaCl, LiCl), загальна маса якої склала 111,4 г. Визначте масу кожної солі в початковій суміші.

Задача 4. З'ясуйте взаємне розташування прямих l_1 і l_2 у просторі, якщо $l_1 : l_2$.

Висновки та перспективи подальших розвідок напряму. Професійна підготовка вчителя математики вимагає акцентів на методологічних аспектах, що дозволить молодому фахівцю у своїй майбутній професійній діяльності якісно формувати в учнів уявлення про математику як про універсальний інструмент пізнання реального світу.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Акуленко І. А. Компетентісно орієнтована методична підготовка майбутнього вчителя математики профільної школи (теоретичний аспект): монографія. Вид. 2-е. Черкаси: Видавець Чабаненко Ю., 2020. 460 с.
2. Будний Б. Є. Теоретичні основи формування в учнів системи фундаментальних фізичних понять: дис... д-ра пед. наук: 13.00.02. Київ. 1997. 431 с.
3. Дьєдонне Ж. Линейная алгебра и элементарная геометрия. М.: Наука. 1972. 335 с.
4. Завало С. Т., Костарчук В. М., Хацет Б. І. Алгебра і теорія чисел: В 2-х ч. К.: Вища школа. 1974. Ч. 1. 464 с.
5. Кугай Н. В. Методологічні знання майбутнього вчителя математики. *Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки.* Черкаси. 2014. Випуск 26 (319). С. 56–61.
6. Кугай Н. В. Методологія математики: її види, основи та рівні. *Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова.* Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі: 36. наукових праць. К.: НПУ імені М. П. Драгоманова. 2014. № 13. С. 66–73.
7. Кугай Н. В. Розширення досвіду пізнання студентів у процесі навчання лінійної алгебри. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми.* 36. наук. пр. Випуск 43 Київ-Вінниця: ТОВ фірма «Планер». 2015. С. 358–362.
8. Кугай Н. В., Сухойваненко Л. Ф. Методологічні знання та міжпредметні зв'язки. *Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology.* II(16). Issue: 33. 2014.
9. Кузьмінський А. І., Тарасенкова Н. А., Акуленко І. А. Інновації в методології методичної підготовки майбутнього вчителя математики профільної школи. *Педагогіка вищої та середньої школи.* 2014. Вип. 40. С. 3-9.
10. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посібник / За ред. проф. В. В. Буддигіна. К.: ТВіМС. 2011. 224 с.
11. Лозовецька В. Т. Модель. Енциклопедія освіти; Академія пед. наук України; голов. ред. В. Г. Кремень. К.: Юрінком Інтер. 2008. С. 516.
12. Марков А. А. Теория Алгоритмов. Труды математического ин-та им. В. А. Стеклова. М. Л.: Изд-во Академии Наук СССР. 1954. 377 с.
13. Пастернак Н. В. Формування системи методологічних знань школярів при навчанні фізики: автореферат дис. на здобуття наук. ступ. канд. пед. наук:

13.00.02 – методика викладання фізики. Укр. держ. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. К., 1995. 24 с.

14. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ [монографія]. Х.: Факт. 2005. 360 с.

15. Семенович О. Ф., Ломаєва Т. В. Перетворення і аксіоматичний метод в геометрії. В 3-х частинах. Черкаси. 1998. Частина 1. 215 с.

16. Соколенко Л. О. Наукові основи шкільного курсу математики : навч.-метод. посіб.. Частина 2. Чернівці : Десна Поліграф. 2025. 92 с.

17. Співаковський О. В., Крекнін В. А., Черниш К. В. Збірник задач і вправ з лінійної алгебри: Навчальний посібник. Херсон. 2000. 208 с.

18. Требенко Д. Аналіз сучасної міжнародної практики конструювання курсу вищої алгебри. Збірник наукових праць Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини. 2012. Ч. 1. С. 291-297.

19. Требенко Д. Я., Требенко О. О. Алгебра і теорія чисел: У 2 ч. К.: НПУ імені М. П. Драгоманова. 2009. Ч. 1. 420 с.

20. Хриков Є. М. Методологія педагогічного дослідження: монографія: Х.: 2018. 294 с.

21. Шевцова С. М. Становлення методологічної культури вчителя на основі проєктної діяльності: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. філос. наук: спец. 09.00.10 Філософія освіти. Київ. 2010. 20 с.

REFERENCES

1. Akulenko, I. A. (2020). Kompetentnisno oriiientovana metodychna pidhotovka maibutnoho vchytelia matematyky profilnoi shkoly (teoretychnyi aspekt): monohrafiia [Competency-Oriented Methodological Training of a Future Mathematics Teacher in a Specialized School (Theoretical Aspect): Monograph]. 2nd ed. Cherkasy: Vydavets Chabanenko Yu. 460 p. [in Ukrainian]

2. Budnyy, B. YE. (1997). Teoretychni osnovy formuvannya v uchniv systemy fundamental'nykh fizychnykh ponyat': [Theoretical foundations of the formation of a system of fundamental physical concepts in students: Dissertation of Doctor of Pedagogical Sciences]: 13.00.02. Kyiv. 431 s.

3. D'edonne, Zh. (1972). Lineinaya algebra i elementarnaya geometriya [Linear Algebra and Elementary Geometry]. M.: Nauka. 335 s. [in Ukrainian]

4. Zavalo, S. T., Kostarchuk, V. M., Khatset, B. I. (1974). Algebra i teoriya chysel: V 2-kh ch. [Algebra and Number Theory: In 2 Parts]. K.: Vyscha shkola, P. 1. 464 s. [in Ukrainian]

5. Kuhai, N. V. (2014). Metodolohichni znannia maibutnoho vchytelia matematyky [Methodological Knowledge of a Future Mathematics Teacher]. Visnyk Cherkaskoho universytetu. Seriya: Pedahohichni nauky. Cherkasy. Issue 26 (319). S. 56–61. [in Ukrainian]

6. Kuhai, N. V. (2014). Metodolohiia matematyky: yii vydy, osnovy ta rivni [Methodology of Mathematics: Its Types, Foundations, and Levels]. Naukovyi chasopys NPU imeni M. P. Drahomanova. Seriya #3. Fizyka i matematyka u vyshchii i serednii shkoli: Coll. of scientific works. K.: NPU imeni M. P. Drahomanova. № 13. S. 66–73. [in Ukrainian]

7. Kuhai, N. V. (2015). Rozshyrennia dosvidu piznannia studentiv u protsesi navchannia liniinoi alheby [Expanding Students' Cognitive Experience in the Process of Learning Linear Algebra]. Suchasni informatsiini tekhnolohii ta innovatsiini metodyky navchannia u pidhotovtsi fakhivtsiv: metodolohiia, teoriia, dosvid, problemy. Coll. of scientific papers. Issue 43. Kyiv-Vinnytsia: TOV firma "Planer". S. 358–362. [in Ukrainian]

8. Kuhai, N. V., Sukhoivanenko, L. F. (2014). Metodolohichni znannia ta mizhpredmetni zviazky [Methodological Knowledge and Interdisciplinary Connections]. Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology. II(16). Issue: 33. [in Ukrainian]

9. Kuz'mins'kyi, A. I., Tarasenkova, N. A., Akulenko, I. A. (2014). Innovatsiyni v metodolohiyni metodychnoyi pidhotovky maybutnoho vchytelya matematyky profil'noyi shkoly. [Innovations in the methodology of methodological training of future mathematics teachers in specialized schools.]. Pedahohika vyshcheyi ta serednoyi shkoly. Vyp. 40. S. 3-9. [in Ukrainian]

10. Lineina algebra ta analitychna heometriia (2011). Navch. posibnyk [Linear Algebra and Analytical Geometry: Study Guide]. Ed. by Prof. V. V. Buldygin. K.: TViMS. 224 s. [in Ukrainian]

11. Lozovetska, V. T. (2008). Model [Model]. Entsyclopedia osvity [Encyclopedia of Education]; Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine; ed. V. H. Kremen. K.: Yurinkom Inter. S. 516. [in Ukrainian]

12. Markov, A. A. (1954). Teoriia Algoritmiv [Theory of Algorithms]. Trudy matematicheskogo in-ta im. V. A. Steklova. M. L.: Izd-vo Akademii Nauk SSSR. 377 s.

13. Pasternak, N. V. (1995). Formuvannya systemy metodolohichnykh znan shkoliariv pry navchanni fizyky [Formation of a System of Methodological Knowledge in Schoolchildren in the Study of Physics]: abstract of a PhD thesis for the degree of Candidate of Pedagogical Sciences: 13.00.02. Methods of Teaching Physics, Ukrainian State Pedagogical University named after M. P. Drahomanov. K. 24 s. [in Ukrainian]

14. Rakov, S. A. (2005). Matematychna osvita: kompetentnisnyi pidkhid z vykorystanniam IKT [Mathematical Education: Competency-Based Approach Using ICT] [monograph]. Kh.: Fakt. 360 s. [in Ukrainian]

15. Semenovych, O. F., Lomaieva, T. V. (1998). Peretvorennya i aksiomatychnyi metod v heometrii [Transformations and Axiomatic Method in Geometry]. In 3 parts. Cherkasy, Part 1. 215 s. [in Ukrainian]

16. Sokolenko, L. O. (2025). Naukovi osnovy shkil'noho kursu matematyky : navch.-metod. posib. [Scientific foundations of the school mathematics course: teaching and methodical manual]. Chastyna 2 Chernihiv : Desna Polihraf. 92 s. [in Ukrainian]

17. Spivakovskiy, O. V., Kreknin, V. A., Chernysh, K. V. (2000). Zbirnyk zadach i vprav z liniinoi alheby: Navchalnyi posibnyk [Collection of Problems and Exercises in Linear Algebra: Study Guide]. Kherson. 208 s. [in Ukrainian]

18. Trebenko, D. (2012). Analiz suchasnoi mizhnarodnoi praktyky konstruiuvannya kursu vyshchoi alheby [Analysis of Modern International Practice in Constructing a Course in Higher Algebra]. Zbirnyk naukovykh prats Uman'skoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu imeni Pavla Tychyny. P. 1. S. 291-297. [in Ukrainian]

19. Trebenko, D. Ya., Trebenko, O. O. (2009). Algebra i teoriia chysel: U 2 ch. [Algebra and Number Theory: In 2 Parts]. K.: NPU imeni M. P. Drahomanova, P. 1. 420 s. [in Ukrainian]

20. Khrykov, YE. M. (2018). Metodolohiya pedahohichnoho doslidzhennya: monohrafiya. [Methodology of pedagogical research: monograph]. KH.: 294 s. [in Ukrainian]

21. Shevtsova, S. M. (2010). Stanovlennia metodolohichnoi kultury vchytelia na osnovi proektnoi diialnosti [Formation of a Teacher's Methodological Culture on the Basis of Project Activities]: abstract of a PhD thesis: 09.00.10 Philosophy of Education. Kyiv. 20 s. [in Ukrainian]

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

АКУЛЕНКО Ірина – доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри математики та методики навчання математики, Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького.

Наукові інтереси: від абстрагування до моделювання: методологічний потенціал математичних навчаль-

них дисциплін у підготовці майбутнього вчителя математики.

АТАМАСЬ Володимир – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики та методики навчання математики, Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького.

Наукові інтереси: від абстрагування до моделювання: методологічний потенціал математичних навчальних дисциплін у підготовці майбутнього вчителя математики.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

AKULENKO Iryna – Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of

Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Bohdan Khmelnytsky National University of Cherkasy.

Scientific interests: from abstraction to modeling: the methodological potential of the educational discipline "linear algebra" in the training of future mathematics teachers.

ATAMAS Volodymyr – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Mathematics and Methods of Teaching Mathematics, Bohdan Khmelnytsky National University of Cherkasy.

Scientific interests: from abstraction to modeling: the methodological potential of the educational discipline "linear algebra" in the training of future mathematics teachers.

Стаття надійшла до редакції 06.10.2025 р.

Стаття прийнята до друку 22.10.2025 р.

УДК 378.147:629.113:004.8

DOI: 10.36550/2415-7988-2025-1-221-18-25

БОНДАРЕНКО Володимир –

доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри теорії і практики технологічної та професійної освіти ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет»
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0495-9756>
e-mail: nv1287@ukr.net

ПОГОРСЛОВ Михайло –

доктор філософії, доцент кафедри теорії і практики технологічної та професійної освіти ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет»
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4706-3263>
e-mail: texfak@gmail.com

ПШЕНИЧНИЙ Максим –

кандидат педагогічних наук, старший викладач кафедри теорії і практики технологічної та професійної освіти ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет»
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6019-5116>
e-mail: m.psheni4nyi@gmail.com

СОЗОНЮК Ольга –

доктор філософії, старший викладач кафедри технологічної та професійної освіти Криворізький державний педагогічний університет
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8482-5071>
email olhahrushnik25@gmail.com

СМАРТ-ДІАГНОСТИКА ЯК ІНСТРУМЕНТ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ЕЛЕКТРОННИХ СИСТЕМ АВТОМОБІЛЯ В ПРОЦЕСІ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ ВИКЛАДАЧІВ ПРОФЕСІЙНОЇ ОСВІТИ ТРАНСПОРТНОЇ ГАЛУЗІ

Стаття присвячена обґрунтуванню використання смарт-діагностики електронних систем автомобіля як інструменту підвищення ефективності підготовки майбутніх викладачів професійної освіти транспортної галузі та формування їхніх цифрових і фахових компетентностей. Актуальність дослідження зумовлена інтенсивною цифровізацією автомобільної промисловості, де понад 70% несправностей сучасних транспортних засобів пов'язані з електронними системами, що потребує нових підходів до професійної підготовки педагогічних кадрів.

У роботі проаналізовано технічну складову смарт-діагностики, зокрема функціонування електронних блоків управління як центральних елементів цифрової архітектури автомобіля. Детально розглянуто структуру та принцип роботи ЕБУ, що включає мікропроцесори, системи пам'яті, аналого-цифрові перетворювачі та комунікаційні інтерфейси. Показано, що ЕБУ забезпечують збір даних від численних сенсорів, їх аналіз у реальному часі та створення технічної основи для прогнозування несправностей і дистанційного моніторингу транспортних засобів.

Аналіз потреб транспортної галузі виявив, що понад 60% вакансій у сервісних центрах вимагають компетентностей у сфері цифрової діагностики, телематики та роботи з комплексними електронними системами. Обґрунтовано розрив між швидкістю технологічного оновлення автомобільної промисловості та методичною базою освітніх програм підготовки викладачів професійної освіти.

Запропоновано педагогічну модель інтеграції смарт-діагностики, що охоплює чотири взаємопов'язані блоки: теоретико-методологічний, техніко-технологічний, дидактичний та оціночно-рефлексивний. Модель базується на принципах практико-орієнтованого навчання та поєднує інженерно-технологічні знання з педагогічними технологіями. Особливу увагу приділено інноваційним методам навчання, зокрема кейс-технологіям, використанню симуляторів і віртуальних лабораторій, цифровим діагностичним платформам.