

8. Slovnyk ukraïnskoï movy v 11-ty t. (1972) [Dictionary of the Ukrainian language in 11 vols]. T.3. Naukova dumka, Kyiv, Ukraine.

**ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ**

**ВНУКОВА Ольга Миколаївна** – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри професійної освіти в сфері технологій та дизайну Київського національного університету технологій та дизайну;

*Наукові інтереси:* теорія і практика професійної підготовки майбутніх педагогів, формування їх компетентностей та педагогічної майстерності.

**МІЩАНЧУК Ірина Павлівна** – здобувач магістерського рівня вищої освіти Київського національного університету технологій та дизайну зі спеціальності «Професійна освіта (Дизайн)».

*Наукові інтереси:* теорія і практика професійної підготовки майбутніх педагогів, формування їх компетентностей та педагогічної майстерності.

**КУЛЕНЮК Рената Юрївна** – здобувач магістерського рівня вищої освіти Київського національного університету технологій та дизайну зі спеціальності «Професійна освіта (Дизайн)».

*Наукові інтереси:* теорія і практика професійної підготовки майбутніх педагогів,

формування їх компетентностей та педагогічної майстерності.

**INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

**VNUKOVA Olga Mykolaivna** – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor of the Department of Professional Education in Technologies and Design of Kyiv National University Technologies and Design.

*Circle of research interests:* the theory and practice of training future teachers, forming their competencies and pedagogical skills.

**MYSHCHANCHUK Iryna Pavlovna** – applicants of the master's degree of higher education of Kyiv National University of Technology and Design.

*Circle of research interests:* the theory and practice of training future teachers, forming their competencies and pedagogical skills.

**KULENIUK Renata Yurevna** – applicants of the master's degree of higher education of Kyiv National University of Technology and Design.

*Circle of research interests:* the theory and practice of training future teachers, forming their competencies and pedagogical skills.

*Дата надходження рукопису 07.04.2019р.*

УДК 519.1

**ВОЛКОВ Юрій Іванович** – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка  
ORCID ID 0000-0002-2270-3407  
e-mail: yulysenko@i.ua

**ВОЙНАЛОВИЧ Наталія Михайлівна** – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка  
ORCID ID 0000-0002-0523-7889  
e-mail: vojnalovichn@gmail.com

**УРНОВІ МОДЕЛІ В КОМБІНАТОРИЦІ ТА ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ**

**Постановка та обґрунтування актуальності проблеми.** Для формування основних комбінаторних і ймовірнісних понять давно використовуються урнові схеми. Багато змістовних задач можна формулювати на мові урн і кульок, які розміщуються в цих урнах.

Наведемо приклади декількох моделей різних за змістом, які по суті еквівалентні моделі розміщення кульок по урнах.

Розміщення студентів по аудиторіях: аудиторії – урни, студенти – кульки; вікова класифікація: класи – урни, вік – кульки; стрільба: мішені – урни, кулі – кульки; класифікація аварій на дорогах по днях тижня: дні тижня – урни, аварії – кульки; дні народження: дні року – урни, люди – кульки; розміщення електронів на атомних орбітах: орбіти – урни, електрони – кульки; розподіл тварин по видах:

види – урни, тварини – кульки; розподіл захворювань по хворобах, хвороби – урни, хворі – кульки; гра в карти: гравці – урни, карти – кульки,

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Приклади застосування уранових моделей часто зустрічаються в навчальній літературі (див., наприклад, [1-3; 5]), але досліджень з методики застосування уранових схем при розв'язуванні задач зустрічається мало.

**Мета статті.** На конкретних темах продемонструвати дидактичні можливості використання уранових схем при вивченні ряду понять комбінаторики та теорії ймовірностей

**Методи дослідження.** Використовуються методи комбінаторного і математичного аналізу.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Досліди з урнами, які ми будемо проводити (хоча б

мислено) можуть бути різного типу: кульки виймаються з урни з поверненням або без повернення, кульки розкладаються по урнах. При цьому можна розглядати такі випадки: урни і кульки розрізняються (наприклад пронумеровані, або різного кольору), урни однакові, кульки різні, урни різні, кульки однакові, урни однакові і кульки однакові.

Найпростішим прикладом урнної моделі може бути такий: в урни знаходиться  $n$  білих кульок і  $m$  чорних. Навмання виймається кулька. Яка ймовірність того, що вона біла? З класичного означення ймовірності відразу ж отримаємо відповідь:  $p = \frac{n}{m+n}$

**Перестановки з повторенням.** Нехай в одній урни знаходяться кульки, які помічені одиничками, а в другій – кульки помічені нулями. З цих урн, вибраних навмання, виймаються кульки і розташовуються у послідовність нулів і одиниць довжиною  $n$  символів. На таку послідовність будемо дивитись як на  $n$ -значне двійкове число. Знайдемо кількість всіх таких чисел, у запису яких буде рівно  $k$  одиниць. Позначимо цю кількість символом  $C(n,k)$ . Розіб'ємо множину всіх таких чисел на два класи. До першого – віднесемо всі числа, які починаються з "0", до другого – ті, що починаються "1". Тоді у першому класі буде  $C(n-1,k)$  чисел, у другому –  $C(n-1,k-1)$ . За правилом суми отримаємо рекурентне співвідношення  $C(n,k) = C(n-1,k) + C(n-1,k-1)$  з початковими умовами  $C(1,0) = 1, C(1,1) = 1, C(2,0) = 1, C(2,1) = 2$ . Такій же рекурентності задовольняють числа  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ , а це – число комбінацій з  $n$  по  $k$ , тобто, кількість  $k$ -елементних підмножин  $n$ -елементної множини.

Нехай тепер є  $n$  різних урн і  $k$  однакових кульок. Навмання розкладаємо кульки в урни і знайдемо число різних варіантів розташування кульок в урнах.

Для цього кожному способу розкладання поставимо у відповідність послідовність нулів і одиниць так: спочатку запишемо  $n-1$  нуль, далі перед першим нулем послідовності запишемо стільки одиниць скільки кульок знаходиться в першій урни, перед другим нулем запишемо стільки одиниць скільки кульок знаходиться в другій урни і так далі, після останнього нуля запишемо стільки одиниць скільки кульок знаходиться в останній урни. В отриманій послідовності буде  $n+k-1$  символів, серед яких буде  $k$  одиниць і  $n-1$  нуль.

Тому таких різних послідовностей буде  $\binom{n+k-1}{k}$ , а це є число комбінацій з повторенням з  $n$  елементів по  $k$ .

Нехай тепер з першої урни кульки виймаються з ймовірністю  $p$ , а з другої – кульки виймаються з ймовірністю  $q = 1 - p$ . Здійснимо  $n$  виймань. Тоді ймовірність отримати  $n$ -значне двійкове число, у запису якого рівно  $k$  одиниць, буде такою:

$$P_{n,k} = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}, \quad k = 0, 1, \dots, n \quad (\text{це формула}$$

Бернуллі), тобто, отримаємо біноміальний розподіл.

**Розподіл Паскаля.** Нехай в урни знаходяться білі й чорні кульки, при цьому ймовірність вийняти з урни навмання білу кульку (успіх) дорівнює числу  $p$ , а чорну (невдача) –  $q = 1 - p$ . Будемо навмання виймати (з поверненням) з урни кульки до тих пір, поки не отримаємо  $r$  успіхів. Знайдемо розподіл такої випадкової величини  $\xi$ : кількість невдач до  $r$ -го успіху, які ми можемо отримати в результаті експерименту. Такий розподіл називається розподілом Паскаля.

Позначимо ймовірність такої події через  $p_k(r) = \Pr\{\xi = k\}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Ця подія може відбутися тоді і тільки тоді, коли серед  $r+k-1$  випробувань рівно  $k$  привели до невдачі, а наступне  $(r+k)$ -те випробування привело до успіху. Ймовірність такої події за формулою Бернуллі дорівнює числу  $\binom{r+k-1}{k} p^{r-1} q^k$ , наступної –  $p$ ,

отже,  $p_k(r) = \binom{r+k-1}{k} p^r q^k$ . Цю формулу можна переписати ще й

$$\text{так: } p_k(r) = \binom{-r}{k} p^r (-q)^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

$$\text{де } \binom{-r}{k} = \frac{(-r)(-r-1)\dots(-r-k+1)}{k!}.$$

**Гіпергеометричний розподіл.** В урни знаходяться  $b$  білих і  $g$  чорних кульок. Навмання виймається  $r$  кульок (без повернення). Розглянемо випадкову величину  $\xi$ : кількість білих кульок, які при цьому можна отримати. Просте застосування комбінаторного правила добутку дає відповідь:

$$\Pr\{\xi = k\} = \frac{\binom{b}{k} \binom{g}{r-k}}{\binom{b+g}{r}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, r.$$

Повчальним при цьому є методика отримання математичного сподівання і дисперсії такої випадкової величини ([2]). Введемо такі допоміжні випадкові величини  $\xi_k = 1, k = 0, 1, 2, \dots, r$ , або 0, в залежності від того, чи  $k$ -ий член вибірки буде білим чи чорним. Тоді отримаємо

$$\Pr\{\xi_k = 1\} = \frac{b}{b+g}, \quad \Pr\{\xi_k = 0\} = \frac{g}{b+g}. \quad \text{Звідси}$$

математичне сподівання  $E \xi_k = \frac{b}{b+g}$ , а

$$\text{дисперсія } D \xi_k = E \xi_k^2 - (E \xi_k)^2 = \frac{bg}{(b+g)^2}. \quad \text{Далі,}$$

якщо  $k \neq j$ , то  $\xi_k \xi_j = 1$ , якщо  $k$ -ий і  $j$ -ий члени вибірки виявилися білими, в інших випадках  $\xi_k \xi_j = 0$ .

$$\text{Оскільки } \Pr\{\xi_k \xi_j = 1\} = \frac{b(b-1)}{(b+g)(b+g-1)},$$

то  $E(\xi_k, \xi_j) = \frac{b(b-1)}{(b+g)(b+g-1)}$ ,

$cov(\xi_k, \xi_j) = -\frac{bg}{(b+g)(b+g-1)}$ .

Отже,  $E(\xi = \xi_1 + \dots + \xi_r) = \frac{rb}{b+g}$ ,

$D\xi = \sum_{k=1}^r D\xi_k + 2\sum_{j,k} cov(\xi_j, \xi_k) = \frac{rbg}{(b+g)^2} \left(1 - \frac{r-1}{b+g-1}\right)$

**Від’ємний гіпергеометричний розподіл.** В урні знаходиться  $x$  білих і  $y$  чорних кульок. З неї вийматимемо кульки до тих пір, поки не з’явиться біла кулька. Побудувати розподіл випадкової величини  $\xi$ : кількість чорних кульок до появи білої кульки. Множина значень цієї випадкової величини така:  $\xi \in \{0, 1, \dots, y\}$ .

Нехай  $p_k = Pr\{\xi = k\}, k = 0, 1, \dots, y$ . Тоді

$p_0 = \frac{x}{x+y}, p_1 = \frac{yx}{(x+y)(x+y-1)}$ ,

$p_2 = \frac{y(y-1)x}{(x+y)(x+y-1)(x+y-2)}, \dots$

$p_k = \frac{y(y-1)\dots(y-k+1)x}{(x+y)(x+y-1)\dots(x+y-k+1)(x+y-k)} = \frac{x}{x+y} \binom{y}{k} / \binom{x+y-1}{k}, \quad (1)$

$p_y = \frac{y(y-1)\dots(y-y+1)x}{(x+y)(x+y-1)\dots(x+y-y+1)(x+y-y)}$ ,

$p_0 + p_1 + \dots + p_y = 1$ .

Перепишемо  $p_k$  так:

$p_k = \frac{x}{x+y+k} \binom{y}{k} / \binom{x+y}{k}$ .

Звідси

$1 + \frac{y}{x+y-1} + \frac{y(y-1)}{(x+y-1)(x+y-2)} + \dots = \frac{x+y}{x}$ ,

тобто, отримаємо нетривіальну тотожність

$1 + \sum_{k=0}^{y-1} \binom{y}{k+1} / \binom{x+y-1}{k+1} = \frac{x+y}{x}$ .

Розглянуту схему можна узагальнити. В урні знаходиться  $x$  білих і  $y$  чорних кульок. З неї вийматимемо кульки до тих пір, поки не з’явиться  $m$  білих кульок. Побудувати розподіл випадкової величини  $\xi$ : кількість чорних кульок до появи білої кульки. Такий розподіл називається від’ємним гіпергеометричним розподілом [5]. Множина значень випадкової величини така:  $\xi \in \{0, 1, \dots, y\}$ .

Нехай  $p_k = Pr\{\xi = k\}, k = 0, 1, \dots, y$ . Тоді міркування, аналогічні до попередніх, дають такі ймовірності:

$p_0 = \binom{x}{m} / \binom{x+y}{m}$ ,

$p_1 = p_0 \binom{m}{m-1} \binom{y}{2} / \binom{x+y-m}{1}$ ,

$p_1 = p_0 \binom{m}{m-1} \binom{y}{2} / \binom{x+y-m}{2}$ ,

$p_n = p_0 \binom{m+n-1}{m-1} \binom{y}{n} / \binom{x+y-m}{n}, n = 0, 1, 2, \dots, y \quad (2)$

А через те, що  $p_0 + p_1 + \dots + p_y = 1$ . то

матимемо таку тотожність

$1 + \sum_{k=0}^{y-1} \binom{y}{k+1} \binom{k+m}{m-1} / \binom{x+y-m}{k+1} = \binom{x+y}{m} / \binom{x}{m}$ .

Відмітимо такі частинні випадки формули (1)

для  $m=2$ :

$p_n = (n+1) \frac{x(x-1)}{(x+y)(x+y-1)} \binom{y}{n} / \binom{x+y-2}{n}, n = 0, 1, \dots, y, \quad (3)$

для  $m=3$ :

$p_n = \frac{1}{2} (n+1)(n+2) \frac{x(x-1)(x-2)}{(x+y)(x+y-1)(x+y-2)}$

$\binom{y}{n} / \binom{x+y-3}{n}, n = 0, 1, \dots, y$

(4)

Знайдемо математичне сподівання і дисперсію досліджуваного розподілу.

З (3) випливає, що

$\sum_{n=0}^y (n+1) \binom{y}{n} / \binom{x+y-2}{n} = \frac{(x+y)(x+y-1)}{x(x-1)}$

звідси  $\sum_{n=0}^y n \binom{y}{n} / \binom{x+y-2}{n} = \frac{(x+y)(x+y-1)}{x(x-1)} -$

$-\sum_{n=0}^y \binom{y}{n} / \binom{x+y-2}{n}$

Далі, з (1)

випливає  $\sum_{n=0}^y \binom{y}{n} / \binom{x+y-2}{n} = \frac{x+y-1}{x-1}$ .

Тому

$\sum_{n=0}^y n \binom{y}{n} / \binom{x+y-2}{n} = \frac{(x+y)(x+y-1)}{x(x-1)} - \frac{(x+y-1)}{(x-1)} = \frac{y(x+y-1)}{x(x-1)}$ ,

а звідси, взявши замість  $x$   $x+1$ , отримаємо математичне сподівання для випадку

$m=1: E\xi = \sum_{n=0}^y np_n = \frac{y}{x+1}$ .

Для знаходження дисперсії скористаємось співвідношенням (4). Матимемо

$\sum_{n=0}^y (n+1)(n+2) \binom{y}{n} / \binom{x+y-3}{n} = 2 \binom{x+2}{3} / \binom{x}{3}$ .

$$\begin{aligned} \text{Звідси } \sum_{n=0}^y n^2 \binom{y}{n} / \binom{x+y-3}{n} &= 2 \binom{x+2}{3} / \binom{x}{3} - \\ 3 \sum_{n=0}^y n \binom{y}{n} / \binom{x+y-3}{n} &- 2 \sum_{n=0}^y \binom{y}{n} / \binom{x+y-3}{n}, \end{aligned}$$

далі, використовуючи співвідношення (1), (2) і (3), отримаємо

$$E \xi^2 = \sum_{n=0}^y n^2 \frac{x+y}{x} \binom{y}{n} / \binom{x+y-1}{n} = \frac{y(x+2y)}{(x+1)(x+2)},$$

а тому дисперсія

$$D \xi = E \xi^2 - (E \xi)^2 = \frac{xy(x+y+1)}{(x+1)^2(x+2)}.$$

Подібний спосіб отримання математичного сподівання й дисперсії можна застосувати і для довільного  $m$ . В цьому випадку

$$E \xi = \frac{my}{x+1}, D \xi = \frac{my(x-m+1)y(x+y+1)}{(x+1)^2(x+2)}.$$

**Числа Стірлінга другого роду.** Є  $k$  однакових урн і  $n$  пронумерованих кульок. Скількома способами можна розмістити кульки в урнах, за умови щоб жодна урна не виявилася порожньою? Число таких розміщень називають числами Стірлінга другого роду і позначають символом  $S(n, k)$ .

Наприклад,

$$\begin{aligned} S(1,1) &= 1, S(2,1) = 1, S(2,2) = 1, S(3,1) = 1, \\ S(3,2) &= 3, S(3,3) = 1. \end{aligned}$$

Числа  $S(n, k)$  задовольняють такому рекурентному співвідношенню:

$$S(n, k) = S(n-1, k-1) + kS(n-1, k). \quad (5)$$

Справді, розіб'ємо множину всіх розміщень на два класи. До першого класу віднесемо всі розміщення з урною, в якій знаходиться тільки одна кулька з номером  $n$ . Таких розміщень буде  $S(n-1, k-1)$ . До другого класу віднесемо всі інші розміщення. Їх можна отримати так. Спочатку розмістимо в  $k$  урн кульки з номерами  $1, 2, \dots, n-1$ , а потім  $n$ -ту кульку будемо розміщувати по черзі в отримані раніше розміщення, їх буде  $kS(n-1, k)$ . Тому за правилом суми всіх розміщень буде  $S(n-1, k-1) + kS(n-1, k)$ .

Співвідношення (5) обґрунтовує схему отримання чисел  $S(n, k)$ , яка називається трикутником Стірлінга другого роду [3, с.344] і є аналогом трикутника Паскаля для біноміальних коефіцієнтів.

Числа  $S(n, k)$  часто зустрічаються в комбінаториці, наприклад, має місце тотожність

$$x^n = \sum_{k=0}^n S(n, k) x(x-1)(x-2) \dots (x-k+1).$$

Суми всіх чисел  $S(n, k)$  називаються числами Бела.

**Принцип Діріхле.** Є  $n$  урн і  $m$  кульок,  $m \geq n$ . Навмання розкладаємо кульки по урнах. Тоді знайдеться принаймні одна непорожня урна. В

англомовній літературі – pigeonhole (голубиних гнізд) principle:

Це твердження настільки очевидне, що, на перший погляд, з нього можна отримувати тільки тривіальні результати. Але це не так. На математичних олімпіадах часто зустрічаються задачі на застосування принципу Діріхле. Обмежимося одним відомим прикладом, який належить угорському математику Ердьошу [4, с.150]: з множини натуральних чисел  $\{1, 2, \dots, 2n\}$  навмання береться  $n+1$  число, довести, що серед вибраних чисел знайдеться принаймні два таких числа, що одне з них ділить інше. Справді, кожне з вибраних чисел подамо у формі  $2^a$ ,  $1 \leq a \leq 2n-1$ , де  $a$  непарне. Кількість непарних чисел в множині  $\{1, 2, \dots, 2n\}$  дорівнює  $n$ , а у вибраній множині є  $n+1$  число, тому повинно знайтись два числа з однаковими непарними дільниками.

**Статистики квантової механіки.** Урнові моделі часто використовуються в статистичній фізиці. Наприклад, статистику Максвелла-Больцмана можна змоделювати так. Є  $n$  різних урн і  $k$  різних кульок. Тоді кожену кульку можна помістити в любую урну. Таких розміщень (за правилом добутку з комбінаторики) буде  $n^k$ , тому ймовірність отримати якесь розміщення дорівнює числу  $1/n^k$ . А якщо нас цікавить ймовірність отримати в першій урні  $k_1$  кульок, в 2-й  $k_2$  кульок, ..., в  $n$ -тій  $k_n$  кульок,  $k_1 + k_2 + \dots + k_n = k$ , то отримаємо  $p = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_n!} n^{-k}$ .

В статистиці Фермі-Дірака кульки вважаються однаковими і в одній урні дозволяється розміщувати не більше однієї кульки, тому ймовірність отримати таке розміщення дорівнює числу  $\frac{k!(n-k)!}{n!}$ . Таку модель можна застосувати для електронів, протонів і нейтронів.

В статистиці Бозе-Ейнштейна кульки вважаються однаковими і в одній урні дозволяється розміщувати довільне число кульок, тому ймовірність отримати таке розміщення дорівнює числу  $\frac{k!(n-1)!}{(n+k-1)!}$ . Доведено, що така статистика має

місце для фотонів, атомних ядер і атомів, які містять парне число частинок.

**Висновки з дослідження і перспективи подальших розробок.** В статті розглянуто ряд тем з комбінаторики та теорії ймовірностей, де при вивченні тих чи інших понять, можна з успіхом використовувати урнові моделі. Перспективними можуть стати дослідження з методики використання урнових моделей в статистичній фізиці

#### СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Uspensky J. V. Introduction to Mathematical Probability. New York : McGraw-Hill, 1937. 411 p.
2. Feller W. An Introduction to Probability Theory, v.I New York : John Wiley & Sons, Inc, 1968. 509 p.

3. Graham R. L., Knuth D. E. and Patashnic O. Concrete Mathematics. New York, Addison Wesley, 1989. 626 p.

4. Aigner M. and Ziegler G. M. Proof from the Book. Springer-Verlag, 2004. 356 p.

5. Balakrishnan N. and Nevzorov V. B. A Primer on Statistical Distributions. Wiley-Interscience, 2003. 305 p.

**REFERENCES**

1. Uspensky, J. V. (1937). Introduction to Mathematical Probability. New York : McGraw-Hill.

2. Feller, W. (1968). An Introduction to Probability Theory, v.I New York : John Wiley & Sons, Inc.

3. Graham, R. L., Knuth, D. E. and Patashnic, O. (1989). Concrete Mathematics. New York, Addison Wesley.

4. Aigner, M. and Ziegler, G. M. (2004). Proof from the Book. Springer-Verlag.

5. Balakrishnan, N. and Nevzorov, V. B. (2003). A Primer on Statistical Distributions. Wiley-Interscience.

**ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ**

**ВОЙНАЛОВИЧ Наталія Михайлівна** – доцент, кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

**Наукові інтереси:** методика навчання математики, дискретна математика.

**ВОЛКОВ Юрій Іванович** – професор, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

**Наукові інтереси:** математичний аналіз, теорія ймовірностей, методика навчання математики, дискретна математика.

**INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

**VOJNALOVICH Natalia Mikhailivna** – candidate of pedagogical sciences, docent, docent of department of mathematics of the Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University.

**Circle of research interests:** theory and methodology of teaching (mathematics), discrete mathematics.

**VOLKOV Yurii Ivanovich** – doctor of physics-mathematical sciences, professor, professor of department of mathematics of the Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University.

**Circle of research interests:** mathematical analysis, theory probability, discrete mathematics, theory and methodology of teaching (mathematics).

*Дата надходження рукопису 14.04.2019р.*

УДК 81'4

**ВОЛЧАНСЬКА Ганна Василівна** – кандидат філологічних наук, доцент кафедри української мови Центральноукраїнського державного педагогічного університету ім. В. Винниченка

ORCID ID 0000-0002-9856-6445

e-mail: hanna\_volchanska@ukr.net

**ЧОРНА Олена Олегівна** – кандидат філологічних наук, старший викладач кафедри перекладу, прикладної та загальної лінгвістики Центральноукраїнського державного педагогічного університету ім. В. Винниченка

ORCID ID 0000-0002-9856-6445

e-mail: ochorna.mail@gmail.com

**КОМУНІКАТИВНИЙ ІМІДЖ ЛІДЕРА: ПРИКЛАДНИЙ АСПЕКТ**

**Постановка та обґрунтування актуальності проблеми.** Вивчення феномену комунікативного іміджу було предметом нашого дослідження у 2009-2013 роках. Прикладним аспектом названого феномену стало видання книги «Комунікативний імідж Президента» (Київ, 2017) та розробка авторського очно-дистанційного курсу «Комунікація успіху» (викладався у 2016-2018 н.рр), а також його апробація у викладанні названої дисципліни студентам факультетів педагогіки і психології, філології та журналістики, іноземних мов та природничо-географічного факультету.

«Комунікація успіху» – прикладна дисципліна, метою котрої ми обрали сформувати у студентів

ВНЗ базові знання про комунікацію, її види, компоненти і закони функціонування, а також сформувати навички використання технік переконання, міжособистісного спілкування, самопрезентації.

Проведене нами анкетування свідчить про те, що студенти на практиці переконались, що вищий рівень комунікативних здібностей, а також адекватний ситуації комунікативний імідж безпосередньо визначають успішність їхньої соціальної діяльності.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Кореляція між рівнем комунікативних здібностей та рівнем соціальних досягнень особистості вперше