

На малюнку 8 наведений приклад побудови перспективи паркету із плиток прямокутної форми, перпендикулярних до основи картини та нахилених одна до одної під кутом 90° .

Висновки та перспективи подальших досліджень. Сучасний вчитель образотворчого мистецтва, художник та дизайнер повинні оволодіти теорією зображення різних просторових форм на площині й застосовувати набуті знання в практиці виконання традиційного та комп'ютерного рисунку й живопису [2].

Із здобуттям Україною свободи, незалежності і державності з'явилася можливість вивчення, дослідження, відродження і розвитку своєї культури і мистецтва. Однак підневільні роки життя даються взнаки, що проявляється в людській психології сприйняття і осмислення себе як повноцінної самостійної нації зі своєю культурою, мистецтвом та системою нового національного культурного виховання, яка ефективно може діяти тоді, коли збере по крихтах і осмислить свою культурну, мистецьку спадщину, і на цій основі виробить подальші шляхи розвитку і життя. У наш час з'явилося багато наукових досліджень об'єктивної правдивої української історії, культури, мистецтва, відкриваються нові сторінки нашого історико-культурного буття тощо.

Тому так важливо здійснювати професійну підготовку майбутніх вчителів образотворчого мистецтва, художників та дизайнерів у вищих навчальних закладах на основі культурного надбання українського народу. Адже вже зараз ми виховуємо нове покоління українців, яким жити, розбудовувати свою державу, осмислювати і творити свою національну культуру і мистецтво [1].

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Бабенко Л. В. Українське образотворче мистецтво. Посібник для викладачів вищих навчальних закладів. Кіровоград: РВЦ КДПУ ім. В. Винниченка, 2001. 180 с.
2. Бабенко Л. В., Фурсикова Т. В. Комп'ютерна графіка. Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних закладів. Кіровоград: РВВ КДПУ ім.В.Винниченка, 2010. 250 с.
3. Бабенко Л. В., Фурсикова Т. В. Основи комп'ютерних систем. Навчальний посібник для майбутніх учителів образотворчого мистецтва. Кіровоград: Поліграфічне підприємство «Ексклюзив-Систем», 2014. 164 с.
4. Бабенко Л. В., Стрітьєвич Т. М., Фурсикова Т. В. Перспектива: Навчальний посібник для підготовки вчителів образотворчого мистецтва, художників та дизайнерів. Кропивницький: ПП «Ексклюзив-Систем», 2020. 164 с.
5. Бабенко Л. В. Перспективні зображення: навчально-методичний посібник. Кропивницький: ПП «Ексклюзив-Систем», 2021. 43 с.

REFERENCES

1. Babenko, L.V. (2001). *Ukrainske obrazotvorche mystetstvo [Ukrainian fine art]. Posibnyk dlia vykladachiv vyshchyykh navchalnykh zakladiv.* Kirovohrad: RVTs KDPU im. V. Vynnychenka. 180 s. [in Ukrainian]
2. Babenko, L.V., Fursykova, T.V. (2010). *Kompiuterna hrafika [Computer graphics]. Navchalnyi posibnyk dlia studentiv vyshchyykh pedahohichnykh zakladiv.* Kirovohrad: RVV KDPU im. V. Vynnychenka. 250 s. [in Ukrainian]
3. Babenko, L. V., Fursykova, T. V. (2014). *Osnovy kompiuternykh system [Fundamentals of computer systems]. Navchalnyi posibnyk dlia maibutnikh uchyteliv obrazotvorchoho mystetstva.* Kirovohrad: Polihrafichne pidpriemstvo «Ekskliuzyv-System». 164 s. [in Ukrainian]
4. Babenko, L. V., Stritievych, T. M., Fursykova, T. V. (2020). *Perspektyva [Perspective]: Navchalnyi posibnyk dlia pidhotovky vchyteliv obrazotvorchoho mystetstva, khudozhnykiv ta dyzaineriv.* Kropyvnytskyi: PP «Ekskliuzyv-System». 164 s. [in Ukrainian]
5. Babenk, L. V. (2021). *Perspektyvni zobrazhennia [Perspective images]: navchalno-metodychnyi posibnyk.* Kropyvnytskyi: PP «Ekskliuzyv-System». 43 s. [in Ukrainian]

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

БАБЕНКО Леонід Вікторович – кандидат педагогічних наук, професор, професор кафедри мистецької освіти ЦДУ імені Володимира Винниченка.

Наукові інтереси: удосконалення навчально-виховного процесу у вищій школі.

СТРІТЬЄВИЧ Тетяна Миколаївна – кандидат педагогічних наук, доцент, завідувачка кафедри мистецької освіти ЦДУ імені Володимира Винниченка.

Наукові інтереси: удосконалення навчально-виховного процесу у вищій школі.

МЕДВЕДЄВ Олег Анатолійович – кандидат педагогічних наук, старший викладач кафедри мистецької освіти ЦДУ імені Володимира Винниченка.

Наукові інтереси: удосконалення навчально-виховного процесу у вищій школі.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

BABENKO Leonid Viktorovich – Candidate of Pedagogical Sciences, Professor, Professor of the Department of Art Education of the Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University.

Scientific interests: improvement of educational process in high school.

STRITIVYCH Tatiana Mykolaivna – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Art Education of the Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University (Kropyvnytskyi, Ukraine).

Scientific interests: improvement of educational process in high school.

MEDVEDIEV Oleh Anatoliiovych – Candidate of Pedagogical Sciences, Senior Lecturer of the Department of Art Education of the Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University.

Scientific interests: improvement of educational process in high school.

Стаття надійшла до редакції 11.05.2024 р.

УДК 373:512

DOI: 10.36550/2415-7988-2024-1-214-112-118

БАЧИНСЬКА Олександра Олександрівна –
 учитель математики Удобенського ліцею
 Маяківської об'єднаної територіальної
 громади Одеського району Одеської області
 ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-0098-7913>
 e-mail: sashadimitrashko@gmail.com

ДРАГАНЮК Сергій Володимирович –
кандидат фізико-математичних наук,
старший викладач кафедри вищої
математики і статистики Державного закладу
«Південноукраїнського національного педагогічного
університету імені К. Д. Ушинського»
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7697-3480>
e-mail: drahanjuk.sv@pdpu.edu.ua
СИНЮКОВА Олена Миколаївна –
кандидат фізико-математичних наук,
доцент, доцент кафедри вищої
математики і статистики Державного закладу
«Південноукраїнського національного педагогічного
університету імені К. Д. Ушинського»
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8340-6940>
e-mail: olachepok@ukr.net

ЩОДО КОНЦЕПЦІЙ, ПОНЯТЬ, ПОЗНАЧЕНЬ І МЕТОДОЛОГІЇ ТЕОРІЇ МНОЖИН У КОНТЕНТІ СТАНДАРТНИХ КУРСІВ ПЛАНІМЕТРІЇ ЗАКЛАДІВ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ

У останні роки в Україні, особливо у зв'язку з впровадженням концепції Нової Української школи, ми явним чином спостерігаємо приклади перебудови контенту середньої математичної освіти на теоретичних засадах теорії множин. За об'єктивних обставин подібна перебудова вимагає глибокого осмислення, дуже виважених, ретельно обговорених і ретельно обґрунтованих кроків. Мета роботи полягає в уточненні ролі та місця теоретико-множинного підходу до розкриття сутності основних понять сучасних систематичних курсів планіметрії закладів загальної середньої освіти, розробці методичного характеру пропозицій щодо його подальшого впровадження і поглиблення.

Дослідження базується на опрацюванні та проведенні системного порівняльного аналізу нормативних документів, наукової та методичної літератури, класифікації та узасадненні отриманої інформації, реалізації міркувань індуктивного та дедуктивного характеру. Проаналізовано наявні елементи теорії множин у сучасних програмах і підручниках з математики для початкової освіти та для 5-6 класів закладів загальної середньої освіти з позиції їх подальшого застосування у систематичних курсах евклідової планіметрії на рівні базової середньої освіти. Одночасно, проаналізовано загальні теоретичні передумови подібного застосування. Контент сучасних навчальних програм і підручників з геометрії для учнів 7-9 класів закладів загальної середньої освіти досліджено з позиції усвідомлення місця та ролі у ньому концепції, понять, позначень і методології теорії множин з метою визначення доцільних напрямків подальшого її поглиблення.

У підсумку, сформульовано конкретні пропозиції щодо доцільних напрямків подальшого впровадження первинних фундаментальних положень теорії множин у систематичні курси планіметрії закладів загальної середньої освіти. Зокрема, підкреслено, що при введенні, наприклад, таких понять, як рівні або подібні геометричні фігури, однаково напрямлені промені, напрямок на множині ненульових напрямлених відрізків, ковзний вектор, вільний вектор евклідової площини, варто продовжувати у значній мірі на інтуїтивному рівні, але безпомилково з позиції математики, розпочате під час опанування попередніх математичних курсів формування понять бінарного відношення еквівалентності на множині та розбиття відповідної множини на попарно непересічні класи еквівалентності.

Ключові слова: теорія множин, планіметрія, величина, бінарне відношення еквівалентності, початкова освіта, загальна середня освіта.

BACHINSKA Oleksandra Oleksandrivna –
the teacher of Mathematics of the Udobne
Lyceum of Mayakivska united territorial
commune of the Odesa district of the Odesa region
ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-0098-7913>
e-mail: sashadimitrahko@gmail.com
DRAHANYUK Sergey Volodimirovich –
candidate of physical and mathematical
sciences, senior lecturer at department of higher mathematics and statistics
of the State institution «South Ukrainian
National Pedagogical University named after K. D. Ushinsky».
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7697-3480>
e-mail: drahanjuk.sv@pdpu.edu.ua
SINYUKOVA Olena Mukolaiivna –
candidate of physical and mathematical
sciences, docent, associate professor
at department of higher mathematics and statistics of the State institution
«South Ukrainian National Pedagogical
University named after K. D. Ushinsky».
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8340-6940>
e-mail: olachepok@ukr.net

ON IDEAS, CONCEPTS, SIGNS AND METHODOLOGY OF SET THEORY IN THE CONTENT OF STANDARD PLANE GEOMETRY COURSES OF INSTITUTIONS OF GENERAL SECONDARY EDUCATION

During last years we obviously can see examples of reformation of the content of secondary math education on the base of Set theory in Ukraine, especially engendered by implementation of the concept of the New Ukrainian school. According to objective reasons such reformation needs to be deeply comprehended, in the proses of its implementation it needs very responsible, carefully considered and well-grounded steps. The work is devoted to the specification the role and the place of set theory's concepts in lightening the essence of the basic concepts of the up-to-date courses of Plane geometry of institutions of general secondary education, to development some proposals of methodical character on its further implementation and deepening.

The study is based on working of and carrying out systematic comparative analysis of normative papers, scientific and methodical literature, classifying and generalizing the received information, realizing reasoning of inductive and deductive character. Presented elements of the Set theory in the up-to-date programs and training books on mathematics for primary education and for 5-6th forms of institutions of general secondary education are analyzed from the position of their further implementation in systematic courses of Euclidean Plane geometry on the level of basic secondary education. General theoretical pre-conditions of such implementation also are analyzed. Content of the modern educational programs and training books on geometry for students of 7-9th forms is investigated from the position of understanding the role and the place of ideas, concepts, signs and methodology of the Set theory that are taking place in it for the purpose of expedient directions of its further deepening.

As a result, concrete proposals onto expedient directions of the further implementation of initial fundamental concepts of the Set theory to systematic courses of Plane geometry of institutions of general secondary education are formulated. It is stated, in particular, that started during mastering previous math courses introduction of concepts of binary relation of equivalence and partition of the corresponding set onto non-intersected pairwise classes of equivalence must be continued. It must be conducted on the half-intuitive level but correct from the mathematical point of view, first of all during implementation of such concepts as equal or similar geometric figures, co-directed half-lines, direction on the set of non-zero directed segments, sliding vector, free vector in Euclidean plane.

Key words: Set theory, Plane geometry, magnitude, binary relation of equivalence, primary education, general secondary education.

Постановка та обґрунтування актуальності проблеми. Загальновідомо, що наслідком формування теорії множин у вигляді окремої галузі математики, яке мало місце на межі дев'ятнадцятого і двадцятого століть, всебічної розбудови математичної теорії множин протягом двадцятого століття, стала перебудова на основі теорії множин, фактично, усієї математики як науки і, в силу цього, як навчального предмету на рівні вищої освіти ([1; 10]).

При цьому природним стало питання і про відповідну перебудову навчальних курсів математики на рівні загальної середньої освіти. Чи є у цьому потреба, у якій формі, у якій мірі? У нашій країні принципового характеру спроби такої перебудови мали місце у восьмидесяті роки минулого століття, за часи реформи шкільної математичної освіти під керівництвом А. М. Колмогорова, але виявилися невдалими і, фактично, були скасовані ([5]). Елементи подібної перебудови ми явним чином спостерігаємо і натеper, в самостійній Україні, під час неодноразових змін у навчальних програмах з математики для закладів загальної середньої освіти, особливо, у зв'язку з впровадженням концепції Нової Української школи (НУШ) [3]. При цьому питання про доцільність подібної перебудови, здається, зараз вже не стоїть – вона безпосередньо стала нагальною вимогою сьогодення. Одночасно, варто усвідомлювати, що, виходячи з того, що процес розвитку дитини у своєму спрощеному, скороченому варіанті повторює процес формування людини саме як людини, традиційною для закладів загальної середньої освіти стає така послідовність опанування навчального матеріалу, яка співпадає з історичною послідовністю виникнення у математиці відповідних понять. А у даному випадку мається на увазі впровадження іншої послідовності. (Становлення математики як науки відбувалося протягом тисячоліть, починаючи ще з часів до нашої ери, базові елементи змістового

наповнення сучасних курсів математики закладів загальної середньої освіти були сформовані як на науковому, так і на навчальному рівні значно раніше, ніж у явному вигляді було усвідомлено основні положення теорії множин). Зрозуміло, що подібне впровадження вимагає дуже виважених, ретельно обговорених і ретельно обґрунтованих кроків, саме це є підставою для того, щоб визнати тему даної роботи **актуальною**.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На даний час учителі початкової школи України працюють за однією з двох затверджених МОН України типових освітніх програм: НУШ – 1 [6] або НУШ – 2 [7]. Розроблено також кілька альтернативних навчальних програм. Усі представлені освітні програми і створені на їх основі підручники, переважно у неявній формі, але суттєвим чином використовують поняття інтуїтивної теорії множин. У першу чергу тут йде мова про властивість впорядкованості множини натуральних чисел. Одночасно, впорядкованість натуральних чисел ілюструють за допомогою впровадженої на інтуїтивному рівні концепції числової осі. При цьому, фактично, виникає геометричне відношення «лежати між» для трьох точок однієї прямої, яке є основою для формування геометричних понять відрізка та променя. Усі програми вільно оперують такими поняттями як «величина», «одиниця вимірювання величини», «числове значення величини». Математичним підґрунтям цих понять є аксіоматика і відповідна аксіоматична теорія величини, сучасні варіанти якої розроблено на теоретико-множинній основі. У якості основних прикладів величин широко розглядаються саме геометричні величини: довжина (відрізка), площа, об'єм. Адитивна властивість таких величин пов'язана з теоретико-множинним поняттям про розбиття множини. Згідно усіх програм, відповідно до прогнозованих практичних результатів навчання, як учень так і учениця повинні бути спроможними визначати

спільну властивість об'єктів навколишнього світу та інтерпретувати її як величину для вимірювання та порівняння. З точки зору теорії множин тут, у першу чергу, мова йде про визначення на певній множині певного бінарного відношення еквівалентності і усвідомлення відповідних класів еквівалентності. Аналогічним чином відбувається формування понять про геометричні фігури різних форм, про ту чи іншу форму геометричної фігури.

Для курсів математики 5 – 6 класів закладів загальної середньої освіти натеper, на підставі відповідного Державного стандарту, розроблено сім різних модельних навчальних програм, за якими видано більш ніж дев'ять підручників різних колективів авторів. У відповідних програмах і підручниках «на мові» конкретних прикладів чітко виокремлюються певні множини і відношення, насамперед, бінарні відношення, між ними. Відповідно до геометрії, мова йде про відношення рівності, паралельності та перпендикулярності на певних сукупностях геометричних фігур, у першу чергу – сукупностях фігур тієї чи іншої форми. При цьому треба зауважити, що поняття про форму геометричної фігури є поняттям теоретико-множинного характеру, яке у курсах математики 5 – 6 класів, як і у наступних стандартних систематичних курсах евклідової геометрії 7 – 9 класів, розглядається на рівні інтуїтивного поняття.

У курсах математики 5 – 6 класів на інтуїтивному рівні триває формування поняття про величину, точніше, саме про додатну адитивну величину.

Основа поняття про координатну пряму та прямокутну декартову систему координат на евклідовій площині складає теоретико-множинне поняття про взаємно однозначну відповідність між множинами, тобто, поняття про однакову потужність множин. У той же час, у контенті курсів математики 5 – 6 класів, поняття про координатну пряму і прямокутну декартову систему координат на площині у повному обсязі сформованими бути не можуть в силу відсутності на цьому етапі навчання поняття про ірраціональне число.

З точки зору пропедевтики подальшого застосування елементів теорії множин у різних курсах математики закладів загальної середньої освіти, у тому числі в систематичних курсах евклідової геометрії, суттєвим чином відрізняється від усіх інших освітніх програм освітня програма, запропонована колективом авторів у складі Василішина М. С., Миляника А. І., Працьовитого М. В., Простакової Ю. С. та Школьного О. В. [4]. Ця програма є єдиною серед представлених інших, яка анонсує у змістовому наповненні курсів математики 5 – 6 класів закладів загальної середньої освіти окрему змістову лінію «Множина». Відповідний контент передбачає розгляд таких питань, як поняття про множину, різні способи задання множин, діаграми Вена, розв'язування сюжетних задач з теми, приклади використання поняття множини у буденній діяльності людей. Серед прикладів передбачено у тому числі наведення прикладів геометричного характеру. Виходячи із завдань середньої математичної освіти сьогодення, варто, здається,

вважати саме цей варіант освітньої програми найбільш доцільним, таким, що не ускладнює (як може здатися на перший погляд), а, навпаки, спрощує як викладання, так і сприйняття відповідними здобувачами освіти багатьох наступних тем, зокрема, тем геометричного характеру, таким, що у повній мірі відповідає й світовому рівню розвитку середньої математичної освіти див. [9; 11; 14], наприклад. Цей підхід дозволяє у повному обсязі побудувати наступний систематичний курс планіметрії на теоретико-множинній основі, робить цілком логічним наступне усвідомлення геометричної фігури як сукупності точок, що, на рівні середньої освіти вже сформувалося як загальноприйняте.

Мета роботи полягає в уточненні ролі та місця теоретико-множинного підходу до розкриття сутності основних понять сучасних систематичних курсів планіметрії закладів загальної середньої освіти, розробці методичного характеру пропозицій щодо його подальшого впровадження і поглиблення. При цьому автори виходять з припущення існування математичної й методичної можливості та доцільності реалізації більш системного, більш глибокого, більш широкого впровадження у ці курси як теоретико-множинних понять та концепцій, так і теоретико-множинної символіки.

Методи дослідження. Для обґрунтування відповідних умовиводів головним чином було застосовано методи теоретичного характеру. Мається на увазі опрацювання та проведення системного порівняльного аналізу нормативних документів, наукової та методичної літератури з теми дослідження, класифікація та узагальнення отриманої інформації, реалізація міркувань як індуктивного, так і дедуктивного характеру.

Виклад основного матеріалу дослідження. У якості загальних теоретичних передумов застосування як у явному, так і у неявному вигляді базових положень теорії множин у сучасних систематичних курсах планіметрії закладів загальної середньої освіти ми виокремлюємо такі положення як

– двоїстий характер відповідних систематичних курсів евклідової геометрії, що передбачає поєднання у собі (бажано, щоб це відбувалося органічно) уявлення про евклідову геометрію як «фізичну» науку про властивості просторових форм безпосередньо оточуючого людину середовища, з уявленням про евклідову геометрію як аксіоматичну теорію, виходячи з того, що основу сучасних понять про аксіоматику та відповідну аксіоматичну теорію складає теорія множин [8; 12; 13];

– усвідомлення, незалежно від аксіоматики, явним чи неявним чином наразі покладеної у основу того чи іншого систематичного навчального курсу евклідової геометрії, точки як найпростішої, «неподільної» геометричної фігури, будь-якої іншої геометричної фігури, зокрема, прямої та площини, як сукупності точок (У загальному випадку переважна більшість аксіоматик евклідової планіметрії автоматична цього не передбачає);

– наявність теоретико-множинної символіки, яка точно відповідає відношенням приналежності між різними геометричними фігурами, різними класами геометричних фігур і, вже в силу цього, є доцільною для символічної форми запису цих відношень;

– наявність у курсах планіметрії закладів загальної середньої освіти значної кількості принципово важливих понять, теоретичним підґрунтям яких є поняття бінарного відношення еквівалентності, поняття розбиття множини на відповідні класи еквівалентності та поняття фактор-множини;

– висвітлену у роботі наявність змістовної пропедевтики теоретико-множинного підходу до вказаних вище понять на попередніх етапах навчання.

Унаслідок проведеного аналізу контенту діючих навчальних програм і підручників з геометрії для 7 – 9 класів закладів загальної середньої освіти, нових представлених навчальних програм згідно концепції НУШ, з теорії множин сформульовано наступні висновки.

1. В Україні, у всіх діючих на даний час і представлених нових (за концепцією НУШ) програмах і підручниках з геометрії для 7 – 9 класів закладів загальної середньої освіти, і первинні неозначувані планіметричні поняття, і, фактично, всі означувані поняття носять теоретико-множинний характер, починаючи з того, що будь-яку геометричну фігуру усвідомлюють як сукупність точок. Відношення приналежності між геометричними фігурами трактують з позиції теорії множин, як бути елементом або бути підмножиною, використовують стандартну символіку теорії множин, що, зрозуміло, є цілком доцільним. (При цьому варто мати на увазі, що, з теоретичної точки зору, все це не є обов'язковим, можливими є і варіант «так», і варіант навпаки. Зрозуміло, що при будь-якому підході, точку вважають геометричною фігурою, як і пряму, наприклад. Точка і пряма можуть бути (або не бути) пов'язаними між собою відношенням приналежності (інцидентності). Але це автоматично не означає, що пряму варто усвідомлювати складеною із точок, як відповідне об'єднання точок. Між іншим, для певних розділів геометрії таке усвідомлення виявилось недоречним. З позиції історизму – можна стверджувати лише те, що вчені давнини по відношенню до поставленого питання мали різні погляди. З точки зору природності подібного сприйняття – точки зору також можуть бути різними. Так, зрозуміло, що на початку систематичного курсу планіметрії ми ведемо мову про те, що такі первинні неозначувані поняття, як точка і пряма, сформувалися унаслідок того, що, за певних обставин, певні об'єкти оточуючого середовища нам зручно уявляти собі у вигляді саме точки і прямої, а коли ці обставини змінюються, подібне уявлення може стати недоречним. Так, коли ми з достатньо великої відстані дивимося на натягнуту між двома деревами мотузку, то нам здається природним уявляти собі цю мотузку у вигляді прямої. Якщо на цю мотузку сів горобець, то нам здається природним уявляти собі цього горобця як точку, що цій прямій

належить (горобець і мотузка пов'язані між собою бінарним відношенням приналежності). Але у жодному випадку ми не будемо уявляти собі мотузку «складеною» з горобців. Отже, учитель геометрії, теоретично, повинен бути готовим до того, що той чи інший учень може не розуміти, як це ми уявляємо собі кожен геометричну фігуру складеною із точок).

2. При введенні таких понять, як промінь та півплощина, фактично, оперують теоретико-множинним поняттям про розбиття множини унаслідок дії на цій множині бінарного відношення еквівалентності.

3. Позначення відрізка AB , променя AB , прямої AB , відповідно за допомогою символів $[AB]$, $[AB)$ і (AB) є зручним, але не у повній мірі точним з математичної точки зору. (Дійсно, з позначенням відрізка – все гаразд: якщо під відрізком AB (точка A не співпадає з точкою B) розуміти сукупність точок прямої AB , що складається з точки A , точки B і всіх точок M цієї прямої, що лежать між точками A і B ($A-M-B$), то позначення $[AB]$ у повній мірі відповідає позначенню сегмента. Але з поняттям променя ситуація вже є значно гіршою: відповідно до означення півсегменту, ми повинні були би вважати, що $[AB) = \{A\} \cup \{M | A-M-B\}$, але, насправді, під променем $[AB)$ мають на увазі таку множину точок прямої AB , що $[AB) = \{A, B\} \cup \{M | A-M-B\} \cup \{M | A-B-M\}$. Так само, під прямою (AB) розуміють сукупність усіх точок цієї прямої і це не те ж саме, що множина точок відповідного інтервалу. Отже, при використанні подібних позначень учні легко можуть припуститися плутанини, з методичної точки зору ці питання вимагають подальшого вдосконалення.

4. Поняття про рівні (конгруентні) геометричні фігури, форму геометричної фігури є теоретико-множинними поняттями, сформованими як класи еквівалентності на підставах відповідних бінарних відношень еквівалентності. Звідси впливає методика їх коректного введення в курсах планіметрії.

5. При побудові систематичного курсу планіметрії для загальної середньої освіти, виходячи з принципу наступності по відношенню до опанованих курсів математики на попередніх ланках навчання, особливу увагу варто приділити поняттю величини, геометричної величини. Зрозуміло, що, у першу чергу, мають на увазі такі величини, як довжина (відрізка), площа (квадровної геометричної фігури) та міра кута (кута-каркаса та плоского кута). Перші дві з них є додатними адитивними величинами, третя – обмеженою додатною адитивною величиною. Кожна з таких величин є визначеною своєю аксіоматикою і відповідною аксіоматичною теорією. З теоретичної точки зору мова тут йде про побудову моделей аксіоматик вказаних вище величин у відповідній аксіоматичній теорії евклідової планіметрії. Як наслідок, за своєю сутністю, ці поняття є поняттями теоретико-множинного характеру.

6. З точки зору теорії множин, поняття про геометричне місце точок, що мають певну властивість, є рівносильним до поняття множини

точок, заданої за допомогою певної характеристичної властивості. Отже, якщо послідовно будувати курс евклідової планіметрії на підставі теорії множин, відповідну термінологію, що склалася історично, краще було би змінити.

7. Геометричні побудови на евклідовій площині за допомогою циркулі і лінійки за своєю сутністю є теоретико-множинними операціями. Вчитель має усвідомлювати цей факт на підставі знайомства з певною аксіоматикою таких побудов, усвідомлювати факт наявності різних, еквівалентних між собою, аксіоматик теорії побудов за допомогою циркуля і лінійки, загальноприйнятій неявний характер висвітлення цих аксіоматик у стандартних курсах планіметрії закладів загальної середньої освіти. Це є необхідною передумовою для визначення ним методично грамотних шляхів знайомства учнів з даною темою. Описання кроків безпосередньої реалізації процесу побудов вимагає прискипливого використання математичної, переважно теоретико-множинної, символіки [2].

8. У сучасних підручниках з геометрії для закладів загальної середньої освіти символіку теорії множин вдало використовують для ілюстрування наявних співвідношень між різними класами геометричних фігур.

9. У евклідовій планіметрії поняття про вектор є складним поняттям теоретико-множинного характеру, основою якого є поняття про рівність напрямлених відрізків як бінарне відношення еквівалентності на будь-якій непорожній таких відрізків. Лише усвідомлення різних аспектів математичної сутності даного поняття, обумовлює грамотний з методичної точки зору характер його введення та застосування у відповідних навчальних курсах.

Висновки з дослідження і перспективи подальших розвідок напруму. У підсумку, у роботі проаналізовано теоретичні передумови застосування як у явному, так і у неявному вигляді базових положень теорії множин у сучасних систематичних курсах планіметрії закладів загальної середньої освіти. Проаналізовано також наявні елементи теорії множин у сучасних програмах і підручниках з математики для початкової освіти та для 5-6 класів закладів середньої освіти (за стандартами НУШ). Унаслідок цього аналізу зроблено той висновок, що, незважаючи на велику кількість наявних навчальних програм і підручників, незалежно від цього, в усіх розглянутих курсах математики можна вести мову про наявність окремої змістової лінії «Множина», сутність якої розкривається переліком вказаних у роботі понять.

Проаналізовано контент сучасних навчальних програм і підручників з планіметрії для закладів базової загальної середньої освіти з приводу ролі та місця у них концепцій, понять, позначень і методології теорії множин, сформульовано наступні висновки.

1. Теоретико-множинний характер аксіоматик, що створюють теоретичне підґрунтя сучасних курсів планіметрії закладів загальної середньої освіти, не передбачає автоматичного усвідомлення геометричної фігури як сукупності точок. Але на

даний час, фактично, всі навчальні програми і підручники передбачають саме таке усвідомлення і це варто визнати доцільним.

2. Змістове наповнення курсів математики, опанування яких передує знайомству з систематичним курсом евклідової планіметрії, дозволяє одразу, у повній мірі, використовувати у курсі планіметрії стандартну теоретико-множинну символіку. При цьому має сенс уточнити коректні з математичної точки зору позначення для прямої та променя.

3. При побудові систематичного курсу планіметрії для загальної середньої освіти, виходячи з принципу наступності по відношенню до опанованих курсів математики на попередніх ланках навчання, особливу увагу варто приділити коректному з точки зору математики введенню поняття про величину, геометричну величину.

4. Замість класичного для геометрії поняття «Геометричне місце точок» краще вести мову про множину точок, задану за допомогою визначеної характеристичної властивості.

5. Під час опису геометричних побудов за допомогою «циркуля і лінійки» або за допомогою інших «інструментів» варто у повному обсязі використовувати теоретико-множинну символіку. Цьому, зокрема, повинна передувати практика представлення згідно означення відповідних геометричних фігур у вигляді об'єднання їх складових.

6. При введенні, наприклад, таких понять як рівні геометричні фігури, подібні геометричні фігури, однаково напрямлені промені, напрямок на множині ненульових напрямлених відрізків, ковзний вектор, вільний вектор евклідової площини варто продовжувати, на інтуїтивному рівні, але безпомилково з математичної точки зору, розпочате під час опанування попередніх курсів математики формувати поняття про бінарне відношення еквівалентності та розбиття відповідної множини на попарно непересічні класи еквівалентності.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Бевз В. Г. Історія математики, Харків: Основа, 2006, 176 с.
2. Драганюк С. В., Синюкова О. М. «Побудови» у тривимірному евклідовому просторі та доцільний характер їх висвітлення у навчальних курсах евклідової геометрії за умови практико-орієнтованого навчання. Наукові записки. Серія: Педагогічні науки, 2022, (203), с 61-68. URL: <https://pednauk.cuspu.edu.ua/index.php/pednauk/article/view/1127>
3. Концепція Нової української школи. (2024, 25 січня). URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf>
4. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (2023, 28 жовтня). «Рекомендовано Міністерством освіти і науки України» (наказ Міністерства освіти і науки України від 12.07.2021 № 795) URL: https://drive.google.com/file/d/1YMPwWKLNdHTQ6wj4_5aUH0sPafkCBqX/view
5. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: Підручник для студентів математичних спеціальностей педагогічних навчальних закладів: 2-е видання. Київ: Вища школа. 2006. 512 с.
6. Типова освітня програма, розроблена під керівництвом Савченко О. Я. 1 - 2 клас, 3- 4 клас (2023,

28 жовтня). «Рекомендовано Міністерством освіти і науки України» (Наказ Міністерства освіти і науки України від 12.08.2022 № 743-22) URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/tipovi-osvitni-programi-dlya-2-11-klasiv>

7. Типова освітня програма, розроблена під керівництвом Шияна Р. Б. 1-2 клас, 3-4 клас (2023, 28 жовтня). «Рекомендовано Міністерством освіти і науки України» (Наказ Міністерства освіти і науки України від 12.08.2022 № 743-22) URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/tipovi-osvitni-programi-dlya-2-11-klasiv>

8. Bourbaki, N. (1950). *The Architecture of Mathematics. American Mathematical Monthly*, 57 (4). P. 221-232. <https://www.scribd.com/document/375141080/BOURBAKI-1950-Architecture-of-Mathematics-pdf>

9. Cook, J. A., & Clark, T. A. (2019). *A Stroll through Cecily's Sets. A Children's Book About Set Theory*. Independently published. 32 p.

10. Fauvel, J., Gray, J. *The History of Mathematics: A Reader*. Red Globe Press. 1987. 628 p.

11. Halmous Paul R. *Naive Set Theory*. Dover Publications, Inc. Mineola, New York. 2015. 112 p.

12. Kunen, K. *The Foundations of Mathematics (Studies in Logic: Mathematical Logic and Foundations)*. College Publications. 2009. 262 p.

13. Serovajsky, S. *Architecture of Mathematics*. USA, Chapman & Hall. 2022. 394 p.

14. Warner Dr. S. *Set Theory for Pre-Beginners: An Elementary Introduction to Sets, Relations, Axiomatic Set Theory, Ordinals and Cardinals*. Publ: Get 800. 2019. 89 p.

REFERENCES

1. Bezv, V. H. (2006). *Istoriia matematyky [History of mathematics]*. Kharkiv: Osnova, 2006. 176 s. [in Ukrainian]

2. Drahaniuk, S. V., & Syniukova, O. M. (2022). «Pobudovy» u tryvymirnomu evklidovomu prostori ta dotsilnyi kharakter yikh vysvitlennia u navchalnykh kursakh evklidovoi stereometrii za umovy praktyko-oriietovanoho navchannia [«Constructions» in three-dimensional Euclidean space and the expedient nature of their coverage in educational courses of Euclidean stereometry under the condition of practice-oriented education]. *Naukovi zapysky. Serii: Pedahohichni nauky*. (203), S. 61-68. URL: <https://pednauk.cuspu.edu.ua/index.php/pednauk/article/view/1127>. [in Ukrainian]

3. Kontsepsiia Novoi ukrainskoi shkoly [Concept of the New Ukrainian School]. (2024, 25 sichnia). URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf>. [in Ukrainian]

4. Modelna navchalna prohrama «Matematyka. 5-6 klasy» dlia zakladiv zahalnoi serednoi osvity [Model curriculum "Mathematics. 5-6 grades" for general secondary schools] (2023, 28 zhovtnia). «Rekomendovano Ministerstvom osvity i nauky Ukrainy» (nakaz Ministerstva osvity i nauky Ukrainy vid 12.07.2021 No 795) URL: https://drive.google.com/file/d/1YMPwWKLNdHTQ6wj4_5aUH0sPafkCBqX/view [in Ukrainian]

5. Shiepan, Z. I. (2006). *Metodyka navchannia matematyky: Pidruchnyk dlia studentiv matematychnykh spetsialnostei pedahohichnykh navchalnykh zakladiv: 2-e vydannia [Methods of teaching mathematics: Textbook for students of mathematical specialties of pedagogical educational institutions: 2nd edition.]* Kyiv: Vyscha shkola. [in Ukrainian]

6. Typova osvithna prohrama, rozrobлена pid kerivnytstvom Savchenko O. Ya. 1 - 2 klas, 3- 4 klas [A typical educational program developed under the leadership of Savchenko O. Ya. 1st - 2nd grade, 3rd - 4th grade.] (2023, 28 zhovtnia). «Rekomendovano Ministerstvom osvity i nauky Ukrainy» (Nakaz Ministerstva osvity i nauky Ukrainy vid 12.08.2022 № 743-22) URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/tipovi-osvitni-programi-dlya-2-11-klasiv> [in Ukrainian]

7. Typova osvithna prohrama, rozrobлена pid kerivnytstvom Shyiana R. B. 1-2 klas, 3-4 klas [A typical educational program developed under the leadership of Shyian R. B. Grade 1-2, Grade

3-4]. (2023, 28 zhovtnia). «Rekomendovano Ministerstvom osvity i nauky Ukrainy» (Nakaz Ministerstva osvity i nauky Ukrainy vid 12.08.2022 № 743-22) URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/tipovi-osvitni-programi-dlya-2-11-klasiv> [in Ukrainian]

8. Bourbaki, N. (1950). *The Architecture of Mathematics. American Mathematical Monthly*. № 57 (4). P. 221-232. URL: <https://www.scribd.com/document/375141080/BOURBAKI-1950-Architecture-of-Mathematics-pdf> [in English]

9. Cook, J. A., & Clark, T. A. (2019). *A Stroll Through Cecily's Sets. A Children's Book About Set Theory*. Independently published. [in English]

10. Fauvel, J., Gray, J. (1987). *The History of Mathematics: A Reader*. Red Globe Press. [in English]

11. Halmous, Paul R. (2015). *Naive Set Theory*. Dover Publications, Inc. Mineola, New York. [in English]

12. Kunen, K. (2009). *The Foundations of Mathematics (Studies in Logic: Mathematical Logic and Foundations)*. College Publications. [in English]

13. Serovajsky, S. (2022). *Architecture of Mathematics*. USA, Chapman & Hall.

14. Warner, Dr. S. (2019). *Set Theory for Pre-Beginners: An Elementary Introduction to Sets, Relations, Axiomatic Set Theory, Ordinals and Cardinals*. Publ: Get 800. [in English]

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

БАЧИНСЬКА Олександра Олександрівна – учитель математики Удобенського ліцею Маяківської об'єднаної територіальної громади Одеського району Одеської області.

Наукові інтереси: методика навчання математики у закладах загальної середньої освіти, зокрема, методика навчання планіметрії.

ДРАГАНЮК Сергій Володимирович – кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри вищої математики і статистики Державного закладу «Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К. Д. Ушинського».

Наукові інтереси: теорія груп, методика навчання теорії множин і математичної логіки, алгебри і теорії чисел у закладах вищої освіти, методика навчання алгебри і геометрії у закладах загальної середньої освіти.

СИНЮКОВА Олена Миколаївна – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики і статистики Державного закладу «Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К. Д. Ушинського».

Наукові інтереси: ріманова геометрія та її узагальнення, методика навчання геометрії у закладах вищої освіти, методика навчання геометрії у закладах загальної середньої освіти.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

BACHINSKA Oleksandra Oleksandrivna – the teacher of Mathematics of the Udobne Lyceum of Mayakivska united territorial commune of the Odesa district of the Odesa region.

Scientific interests: methods of teaching mathematics at institutions of general secondary education, in particular, methods of teaching of Plane geometry.

DRAHANYUK Sergey Volodimirovich – candidate of physical and mathematical sciences, senior lecturer at department of higher mathematics and statistics of the State institution «South Ukrainian National Pedagogical University named after K. D. Ushinsky».

Scientific interests: theory of groups, methods of teaching theory of sets and mathematical logic, algebra and number theory in higher school, methods of teaching algebra and geometry in secondary school.

SINYUKOVA Olena Mukolaivna – candidate of physical and mathematical sciences, senior lecturer, senior lecturer of department of higher mathematics and statistics of the State institution «South Ukrainian National Pedagogical University named after K. D. Ushinsky».

Scientific interests: Riemannian geometry and its generalizations, methods of teaching geometry in higher school, methods of teaching geometry in secondary school.

Стаття надійшла до редакції 18.04.2024 р.