

УДК 378.4

DOI: 10.36550/2415-7988-2023-1-210-223-229

ПАНКРАТОВА Наталія Миколаївна –
учитель математики Олександрівського
закладу загальної середньої освіти
Чорноморської міської ради
Одеського району Одеської області
ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-4748-063X>
e-mail: moryachkasonya@ukr.net
СИНЮКОВА Олена Миколаївна –
кандидат фізико-математичних наук,
доцент, доцент кафедри вищої
математики і статистики Державного
закладу «Південноукраїнський
національний педагогічний
університет імені К.Д. Ушинського»
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8340-6940>
e-mail: olachepok@ukr.net

ЩОДО ТЕОРЕТИЧНИХ ТА ПРАКТИЧНИХ АСПЕКТІВ РОЗКРИТТЯ ПОНЯТТЯ ПРО ІНТЕГРАЛ В КУРСАХ МАТЕМАТИКИ ЗАКЛАДІВ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ

Загальновідомо, що концепції первісної, невизначеного інтегралу, визначеного інтегралу Рімана є у числі найтіснішим чином пов'язаних між собою найфундаментальніших концепцій класичного математичного аналізу. Відомо також, що історично поняття про визначений інтеграл сформувалося в математиці майже на три тисячоліття раніше, ніж поняття про первісну та інтеграл невизначений. Але подалі, в процесі формування диференціального та інтегрального числення у вигляді окремих розділів математичного аналізу, у вищій математиці стала традиційною, фактично, протилежна послідовність опанування зазначених основних понять. Найбільш доцільною було визнано саме таку послідовність, згідно якої спочатку вводиться поняття первісної для даної функції, потім – поняття про невизначений інтеграл, і вже наостаннє – поняття про інтеграл визначений.

Включення знайомства з основами інтегрального числення до змістового наповнення курсів математики закладів загальної середньої освіти як з самого початку, так і дотепер мало на увазі таку послідовність опанування відповідного навчального контенту, яка стала притаманною для курсів математики закладів вищої освіти. Зрозуміло, що у скороченому та спрощеному вигляді. Загальновідомо, що найбільш природною для дитини варто вважати таку послідовність опанування навчального матеріалу, яка співпадає з історичною послідовністю формування відповідних понять. Але по відношенню до інтегрального числення, все, традиційно, відбувається за принципом навпаки. Цей факт варто усвідомлювати. Теоретично, доцільність традиційної послідовності опанування основ інтегрального числення в освітньому процесі на рівні загальної середньої освіти може бути предметом обговорення, особливо, з урахуванням концепції поглиблення міжпредметних зв'язків, створення інтегрованих курсів та формування практико орієнтованої системи навчання.

У статті представлено варіант тематичної класифікації сукупності практичних завдань і вправ з теми «Інтеграл» у курсах математики закладів загальної середньої освіти, узгоджену з визначеною діючими на даний момент навчальними програмами послідовністю опанування відповідного навчального матеріалу. Подібна класифікація може бути корисною і для вчителів математики при розробці уроків за визначеною темою, у першу чергу, мабуть, уроків узагальнюючого характеру та уроків повторення, і для учнів випускних класів при підготовці до державної підсумкової атестації та до зовнішнього незалежного оцінювання.

Ключові слова: первісна, невизначений інтеграл, визначений інтеграл, заклад вищої освіти, заклад загальної середньої освіти, класифікація системи завдань.

PANKRATOVA Natalya Mukolaiivna –
teacher of Mathematics of the
Oleksandrivskiy institution of general
secondary education of the Chornomorsk
city council of the Odesa district of the Odesa region
ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-4748-063X>
e-mail: moryachkasonya@ukr.net
SINYUKOVA Olena Mukolaiivna –
candidate of physical and mathematical sciences,
senior lecturer, senior lecturer of department
of higher mathematics and statistics of the
State institution «South Ukrainian National Pedagogical
University named after K.D. Ushinsky».
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8340-6940>

e-mail: olachepok@ukr.net

ON THEORETICAL AND PRACTICAL ASPECTS OF INTRODUCTIUN THE CONCEPT OF AN INTEGRAL IN MATH COURSES OF INSTITUTIONS OF GENERAL SECONDARY EDUCATION

It is well-known that concepts of antiderivative, indefinite integral, definite integral of Riemann are among the most closely connected with each other fundamental concepts of classic calculus. It is also well-known that, by history, the concept of a definite integral has been formed in mathematics almost three thousand years before the concepts of an antiderivative and indefinite integral. But then, in the process of forming differential and integral calculus as separate parts of calculus, the contrary succession of introducing the indicated concepts has, in fact, become traditional to the higher mathematics. As the most expedient has been recognized such succession according to which the concept of an antiderivative is introduced firstly, the concept of an indefinite integral is introduced then and only after all – the concept of a definite integral is represented.

Inclusion the acquaintance with the basic concepts of integral calculus to the training content of math courses of institutions of general secondary education from the very beginning till now has in mind just such a succession of mastering the corresponding material that has become inherent to the math courses of institutions of higher education. It is quite clear that in the reduced and simplified form. It is well-known that for a child the succession of mastering the training material that coincides with the historical succession of forming the corresponding concepts is the most natural. But according to integral calculus everything, traditionally, takes place to the contrary. This fact must be realized. Theoretically, the expediency of the traditional succession of mastering the beginnings of integral calculus in training process on the level of general secondary education can be a subject of discussion, especially by taking into account the concept of deepening connections between different subjects, creating an integrated training courses and forming the practical orientated system of education.

A version of subject classification of the totality of practical tasks and training exercises for the theme “Integral” in math courses of institutions of general secondary education that is in concord with the determined by the current educational programs succession of mastering the corresponding training material is represented in the article. Such classification may also be useful for math teachers of institutions of general secondary education when working out lessons on the determined theme, in the first place, maybe, lessons of generalizing character or repetition lessons, and for graduate-class students of institutions of general secondary education when preparing to the state concluding attestation and the outer independent assessment.

Key words: antiderivative, indefinite integral, definite integral, institution of higher education, institution of general secondary education, classification of system of tasks.

Постановка та обґрунтування актуальності проблеми. Концепції первісної, невизначеного інтегралу, визначеного інтегралу Рімана є у числі найтіснішим чином пов'язаних між собою найфундаментальніших концепцій класичного математичного аналізу. Загальновідомо, що у математиці ці концепції сформувалися аж ніяк не одночасно. Якщо перші історичні відомості про процес інтегрування у розумінні застосування операції знаходження визначеного інтегралу відносяться до часів Давнього Єгипту (біля 1800 року до нашої ери), то початком формування понять первісної та невизначеного інтегралу варто вважати десь середину 17-ого століття вже нашої ери, часи загального становлення класичного математичного аналізу у вигляді теорії нескінченно малих [1, 8].

Зрозуміло, що класичний математичний аналіз натеper складає один з основних розділів вищої математики. Питання про доцільність включення певних елементів вищої математики до контенту курсів математики закладів загальної середньої освіти, з'ясування конкретних змістових складових таких елементів, у колі математиків, фахівців з методики навчання математики та організаторів математичної освіти почало дискутуватися на початку 20-ого століття. Наслідком подібних дискусій стало поступове включення окремих елементів різних традиційних розділів вищої математики до так званої математики елементарної, змістова межа між контентом курсів математики закладів середньої

освіти та закладів вищої освіти почала приймати розпливчатий, у певному сенсі умовний характер [2, 3].

В Україні поняття про первісну та інтеграл у курсах математики закладів загальної середньої освіти вперше з'явилися у 70-ті роки 20-ого століття. При цьому прийняті у різні роки офіційні навчальні програми відповідних курсів передбачали як різний контент відповідного навчального матеріалу, так і різні вимоги до характеру його опанування. З методичної точки зору подібні питання важко вважати остаточно розв'язаними і натеper. Отже, задачу обговорення як відповідного теоретичного контенту, так і системи практичних завдань і вправ, які його супроводжують та у значній мірі розкривають, варто визнати актуальною.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Загальновідомо, що методика викладання математики, яка потім прийняла форму методики навчання математики, як самостійна наука, почала формуватися у другій половині 19-ого століття, насамперед у зв'язку з суттєвим збільшенням навчальних закладів ланки середньої освіти. Останнє, безумовно, було викликано стрімким розвитком виробництва, нагальною потребою у кваліфікованих робітниках. При цьому відповідна освіта у суттєво більшій мірі стала вимагати державного регулювання як по відношенню до форм своєї організації, так і по відношенню до свого змістового наповнення. Саме з тих часів у колі викладачів математики та організаторів математичної освіти традиційними стали дискусії

щодо визначення для різних типів закладів загальної середньої освіти доцільних співвідношень між теоретичними та практичними аспектами навчання, почалося усвідомлення сутності, здається, саме такого навчання, яке натеper називають практико орієнтованим. Разом зі створенням системи закладів вищої освіти відбувався і досить умовний поділ математики на елементарну, як таку, основні положення якої опановують у закладах середньої освіти, і вищу, зі змістом якої знайомляться вже студенти закладів вищої освіти, розвитком якої займаються математики-науковці. Теорія границь функцій, властивості неперервних функцій, диференціальне та інтегральне числення з самого початку свого формування у надрах математики як науки і дотепер, безумовно, вважаються розділами вищої математики. Одночасно, починаючи з першої половини 20-ого століття, дискусійною у колі відповідних фахівців стала тема доцільності внесення тих чи інших елементів вищевказаних розділів вищої математики до контенту курсів математики закладів загальної середньої освіти. Наприкінці 50-их років минулого століття стрімкий розвиток військових та космічних технологій, обчислювальної техніки сприяв прийняттю вже остаточного рішення на користь навіть не доцільності, а безпосередньої необхідності включення основ інтегрального числення до змістового наповнення шкільної математичної освіти. Відповідні програми було, впроваджено у реальний навчальний процес протягом 1969 – 1976 років ([2,3]).

Отже, в Україні, у курсах математики закладів загальної середньої освіти, поняття про інтеграл почали розглядати у 70-ті роки минулого століття. Щодо контенту висвітлення вищезазначених питань, то у різні роки, згідно різних навчальних програм, він був різним. Були часи, коли розглядали поняття про первісну даної функції та сукупність всіх первісних, але поняття про невизначений інтеграл взагалі не вводили, пояснюючи це методичною недоцільністю. Були часи, коли акцентували увагу на числових множинах, для яких первісні тих чи інших функцій є визначеними, що, здається, варто визнати необхідним з математичної точки зору, і коли не акцентували. Відповідно, були часи, коли поняття про визначений інтеграл вводили як границю послідовностей частинних сум, і коли означували визначений інтеграл виключно для неперервних функцій за допомогою формули Ньютона-Лейбніца; коли розглядали питання наближеного обчислення визначених інтегралів, і коли не розглядали. Були роки, коли у курсах стереометрії закладів загальної середньої освіти поняття про визначений інтеграл взагалі не розглядалося, і роки, коли у курсах стереометрії саме за допомогою цього поняття обчислювали (а, під час, і визначали) об'єм піраміди та об'єми різних тіл

обертання. При цьому беззаперечно можна стверджувати, що для закладів загальної середньої освіти задача відпрацювання стійкої техніки інтегрування при опануванні основ інтегрального числення у якості однією з основних задач ніколи не розглядалася. На даний час важко вважати, що задачу розбудови теоретичних аспектів вищевказаних концепцій у курсах математики закладів загальної середньої освіти розв'язано у повному обсязі, відповідно до всіх нагальних вимог сьогодення, грамотно та доцільно як з математичної, так і з методичної точок зору.

Мета роботи полягає в уточненні характеру висвітлення основних понять інтегрального числення (первісної, невизначеного інтегралу, визначеного інтегралу) в сучасних курсах математики закладів загальної середньої освіти, проведенні класифікаційного характеру аналізу тематики та видів відповідних практичних завдань і вправ з метою розробки доцільних практичних рекомендацій.

Методи дослідження. Для обґрунтування відповідних умовиводів було застосовано методи як теоретичного, так і практичного характеру. Мається на увазі опрацювання та проведення необхідного аналізу визначених джерел інформації, проведення теоретичних міркувань як дедуктивного, так і індуктивного характеру, розв'язування різного виду практичних завдань і вправ з визначеної тематики, розробка детальних пояснень до отриманих розв'язків відповідно до представленої для учнів закладів загальної середньої освіти теоретичного контенту.

Виклад основного матеріалу дослідження. Як вже було зазначено, історично, поняття про визначений інтеграл сформувалося в математиці у відповідь на потреби практичної діяльності людей, відбулося це майже на три тисячоліття раніше, ніж поняття про первісну та невизначений інтеграл. Але подалі, в процесі формування диференціального та інтегрального числення у вигляді окремих розділів математичного аналізу, з'ясування взаємних зв'язків між основними поняттями інтегрального числення, у вищій математиці стала традиційною, фактично, протилежна послідовність опанування зазначених основних понять. Найбільш доцільною з позиції наступних застосувань, такою, що найкращим чином відповідає законам природної логіки, було визнано саме таку послідовність розбудови визначеного математичного контенту, згідно якої спочатку вводиться поняття первісної для даної функції, потім – поняття про невизначений інтеграл, і вже наостаннє – поняття про інтеграл визначений.

Включення знайомства з основами інтегрального числення до змістового наповнення курсів математики закладів загальної середньої освіти як з самого початку, так і дотепер, передбачало таку послідовність опанування

відповідного навчального матеріалу, яка стала притаманною для курсів математики закладів вищої освіти. Зрозуміло, що у скороченому та спрощеному вигляді.

Загальновідомо, що, взагалі, основні етапи становлення дитини у суттєво скороченому варіанті повторюють основні етапи формування сучасної людини. Виходячи з цього, найбільш природною для дитини варто вважати таку послідовність опанування навчального матеріалу, яка співпадає з історичною послідовністю формування відповідних понять. Саме у подібному ракурсі у курсах математики закладів загальної середньої освіти побудовано, наприклад, змістову лінію дійсного числа. Одночасно, значна кількість курсів вищої математики закладів вищої освіти практикує для введення поняття про дійсне число послідовність, фактично, протилежну. Але по відношенню до основ інтегрального числення, все відбувається по-іншому. Цей факт варто усвідомлювати. Теоретично, доцільність його реалізації в освітньому процесі на рівні загальної середньої освіти може бути предметом обговорення, особливо, з урахуванням концепції поглиблення міжпредметних зв'язків, створення інтегрованих курсів та впровадження практико орієнтованої системи навчання.

Авторами представлено класифікаційного характеру аналіз тематики та видів практичних завдань і вправ, що можуть і, здається, повинні супроводжувати відповідні теоретичні розбудови, виходячи як з позиції відпрацювання первинних навичок знаходження інтегралів, так і з позиції формування саме доцільної практико орієнтованої системи навчання. Для проведення подібного аналізу було використано як міркування на підставі власного практичного досвіду, так і різні інформаційні джерела ([4, 5, 6, 7], наприклад). Виокремлені види завдань розташовано у напрямку підвищення рівня їхньої складності, згідно традиційної на даний час послідовності опанування відповідного теоретичного матеріалу у курсах алгебри та початків аналізу закладів загальної середньої освіти.

Спочатку мова йде про практичні завдання тренувального характеру на усвідомлення поняття первісної для заданої функції на заданому проміжку. Теоретичною основою такого виду завдань є стандартне означення первісної для даної функції. Про проміжок, на жаль, у значній кількості підручників для закладів загальної середньої освіти мови не йде. Одночасно, у явному, чи у неявному виді під проміжком, зазвичай, розуміють або певний непорожній інтервал, або усю множину дійсних чисел. У тих випадках, коли відповідною програмою передбачено введення поняття односторонньої похідної для заданої функції (поглиблений рівень навчання), мова також може йти про певний півінтервал або

півсегмент. У будь-якому разі – це зв'язна підмножина множини всіх дійсних чисел.

Умова найпростішого завдання із зазначеної групи завдань має наступний вид: *«Довести, що певна задана функція є первісною для іншої заданої функції»*. У якості прикладів трішки більш складних завдань подібного типу можна вказати таке як *«Знайти функцію, для якої задана функція є первісною»*. Завданням вищевказаного виду можна надати і форму тестових завдань з обранням однієї правильної відповіді. Детальне розв'язування навіть подібного типу завдань дозволяє зробити той висновок, що зовсім не для того, щоб ускладнити усвідомлення відповідного навчального матеріалу, а для того, щоб, навпаки, його спростити, має сенс вже при формулюванні умов найпростіших завдань на відпрацювання поняття про первісну функцію від заданої функції вести мову про те, на якому проміжку відповідний факт має чи не має місця. У підсумку, до коректно сформульованих завдань тренувального характеру на усвідомлення поняття первісної для заданої функції можна віднести завдання, умови яких представлено наступним чином. *«Довести, що задана функція $y = F(x)$ є первісною для заданої функції $y = f(x)$ на заданому проміжку I »*, або *«Визначити, чи є задана функція $y = F(x)$ первісною для заданої функції $y = f(x)$ на заданих проміжках»*, або *«Серед заданих проміжків вказати той, на якому задана функція $y = F(x)$ є (не є) первісною для заданої функції $y = f(x)$ »*.

Найпростішими таблицями похідних та первісних на відповідних етапах навчання учні закладів загальної середньої освіти повинні володіти вільно. Опануванню таблиці первісних та закріпленню опанування таблиці похідних, безумовно, сприятимуть тестові завдання типу встановлення відповідності.

До завдань найпростішого виду варто віднести й такі завдання як *«Довести, що задані функції $y = F_1(x)$ та $y = F_2(x)$ є первісними однієї й тієї ж заданої функції $y = f(x)$ на заданому проміжку. Визначити значення сталої C , для якої на даному проміжку вірно є рівність $F_2(x) = F_1(x) + C$ »*, *«З'ясувати, чи є дві задані функції $y = F_1(x)$ та $y = F_2(x)$ первісними для однієї й тієї ж функції $y = f(x)$ на певному проміжку»* (або на визначеному проміжку).

До завдань наступного виду варто віднести практичні завдання на усвідомлення поняття невизначеного інтегралу та певного опанування техніки інтегрування. Треба зауважити при цьому, що у деяких, у тому числі й сучасних, підручниках та навчальних посібниках з алгебри та початків аналізу для закладів загальної середньої освіти (див. [5], наприклад) поняття про невизначений інтеграл не вводиться взагалі, оперують лише поняттям сукупності всіх первісних. Отже, у такому випадку і відповідним чином формулюють

умови представлених практичних завдань. У якості відповідних типових завдань при цьому розглядають такі, як «Знайти невизначений інтеграл від заданої функції $y = f(x)$. (Для заданої функції $y = f(x)$ знайти сукупність всіх первісних)» або, точніше, «Знайти невизначений інтеграл від заданої функції $y = f(x)$ на заданому проміжку I . (Для заданої функції $y = f(x)$ на заданому проміжку I знайти сукупність всіх первісних.)».

Наступну, традиційну, серію завдань складають завдання такого виду як «Для заданої функції на заданому проміжку знайти первісну, яка набуває заданого значення у заданій точці. (Для заданої функції на заданому проміжку знайти первісну, графік якої проходить через задану точку)» і задачі, що за своєю сутністю, фактично, є аналогічними до попередніх, але можуть розглядатися як задачі дещо підвищеної складності: «Для заданої функції знайти первісну, один з нулів якої дорівнює заданому числу. Знайти решту нулів цієї первісної».

Практичних завдань теоретичного характеру підвищеного рівня складності на опанування понять первісної та невизначеного інтегралу у традиційних курсах математики закладів загальної середньої освіти не багато. Головним чином вони відносяться до встановленням взаємних зв'язків між властивостями підінтегральної функції та її первісних. У якості найпростішого завдання подібного виду, за своєю сутністю, фактично, завдання на увагу, можна навести наступне завдання тестового характеру: «Серед наведених на рисунках графіків функцій вказати той, який **може бути графіком первісної для заданої функції**». Формулювання завдань більш складного характеру мають вигляд «Для заданої функції знайти первісну, графік якої дотикається заданої прямої», «Відомо, що визначена на всій множині дійсних чисел непарна функція має первісну. Обґрунтувати, що всі первісні даної функції є функціями парними», «Відомо, що визначена на всій множині дійсних чисел парна функція має первісну. Довести, що серед первісних цієї функції є непарна функція», «Для заданої функції знайти первісну, графік якої має із заданою прямою єдину спільну точку», «Дослідити питання про те, чи може функція, яка не є неперервною на певному проміжку, мати на цьому проміжку первісну».

Переважає більшість задач з фізики, так званих у математиці задач «фізичного» характеру, які за своєю сутністю вимагають для свого розв'язування застосування інтегралу, вимагають застосування визначеного інтегралу. У той же час, можна навести і певні приклади задач з фізики, для розв'язування яких доцільно використовувати саме інтеграл невизначений: «Задано закон зміни швидкості матеріальної точки при

поступальному русі. Для даної точки знайти закон руху, якщо відомою є відстань, пройдена нею на момент початку руху»; «Матеріальна точка заданої маси рухається поступально під дією сили, спрямованої вздовж напрямку руху. Сила змінюється залежно від часу за заданим законом. Знайти закон руху точки, якщо відомою є швидкість точки через визначений час від початку руху і шлях, який за цей час вона пододала».

Визначений інтеграл у курсах математики закладів загальної середньої освіти, фактично, обчислюють виключно за формулою Ньютона-Лейбніца. У значній кількості підручників його просто означають згідно формули Ньютона-Лейбніца. За рівнем своєї складності практичні завдання тренувального характеру на обчислення визначеного інтегралу за формулою Ньютона-Лейбніца різняться лише рівнем складності знаходження відповідних первісних. Одночасно, у курсах математики закладів загальної середньої освіти поширеною є низка завдань, у яких визначений інтеграл доцільніше обчислювати, виходячи з його геометричного змісту, як площу відповідної криволінійної трапеції.

Завдання наступного виду орієнтовано на практичні застосування отриманих знань, впровадження міжпредметних зв'язків. Це завдання на

обчислення площ геометричних фігур, обмежених графіками заданих функцій та на обчислення об'ємів геометричних тіл. Теоретичну основу завдань даного виду складають, фактично, чотири теореми, вичерпне доведення яких традиційно віднесено до курсів математики закладів вищої освіти. У стандартних курсах алгебри та початків аналізу зміст цих теорем, як правило, лише ретельно роз'яснюється (див. [7], наприклад). У той же час, у переважній більшості підручників «Геометрія – 11» висновки останніх двох теорем використовують для виведення формул об'ємів пірамід, зрізаних пірамід та круглих тіл.

Поняття визначено інтегралу, яке історично сформувалося у математиці, зокрема, за потреби розв'язування практичних задач фізичного характеру, натепер, широко застосовується як у загальній, так і у теоретичній фізиці. У кожному конкретному випадку можливість і доцільність подібного застосування обґрунтовується сутністю відповідної фізичної моделі. У стандартних курсах алгебри і початків аналізу закладів загальної середньої освіти, з метою поглиблення практичної орієнтованості процесу навчання, конкретизації наявних міжпредметних зв'язків між математикою та фізикою, як правило, демонструють застосування концепції визначеного інтегралу у таких випадках як обчислення шляху, пройденого за визначений проміжок часу матеріальною точкою (абсолютно твердим тілом) при поступальному русі за її (його) швидкістю,

обчислення роботи матеріальної точки при її поступальному русі під дією змінної сили, обчислення кількості електрики, яка проходить через поперековий переріз провідника за визначений проміжок часу за умови заданої змінної сили струму.

Особливе місце у курсах алгебри та початків аналізу закладів загальної середньої освіти займають прийоми застосування невизначених та визначених інтегралів для розв'язування практичних завдань з таких розділів даних курсів, які, здається, з інтегральним численням аж ніяк не пов'язані. Зрозуміло, що мова, насамперед, йде про задачі підвищеної складності. Так, операцію знаходження невизначеного інтегралу, наприклад, часом має сенс використовувати для спрощення тотожних перетворень певних математичних виразів. У випадку, коли математичний вираз $F(x)$ спростити важко, можна спробувати спочатку розглянути його похідну $f(x) = F'(x)$. Результат спрощення виразу $f(x)$ іноді дозволяє визначити й достатньо просту форму для виразу $F(x)$ шляхом знаходження відповідної первісної. Властивості визначених інтегралів деколи зручно використовувати для доведення справедливості певних функціональних нерівностей.

Висновки та перспективи подальших розвідок напрямку. Найбільш природною для дитини визнано таку послідовність опанування навчального матеріалу, яка співпадає з історичною послідовністю формування відповідних знань. Але по відношенню до основ інтегрального числення, все, традиційно, відбувається у варіанті навпаки. Цей факт варто усвідомлювати. Теоретично, доцільність традиційної послідовності опанування основ інтегрального числення в освітньому процесі на рівні загальної середньої освіти може бути предметом обговорення, особливо, з урахуванням концепції поглиблення міжпредметних зв'язків, створення інтегрованих курсів та формування практико орієнтованої системи навчання.

У роботі представлено варіант тематичної класифікації сукупності практичних завдань і вправ з теми «Інтеграл» у курсах математики закладів загальної середньої освіти, узгодженої з визначеною діючими на тепер навчальними програмами послідовністю опанування відповідного навчального матеріалу. Виокремлені види завдань розташовано у порядку підвищення рівня їхньої складності. Подібна класифікація може бути корисною як для вчителів при розробці уроків за визначеною темою, у першу чергу, мабуть, уроків узагальнюючого характеру та уроків повторення, так і для учнів випускних класів при підготовці до державної підсумкової атестації та до зовнішнього незалежного оцінювання. Отже, вона може стати основою відповідного навчального посібника.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Бевз В.Г. Історія математики, Харків: Основа, 2006. 176 с.
2. Бевз В.Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів, Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 1995. 360 с.
3. Бевз Г.П. Методика викладання математики: посібн. для студ. фіз.-мат. факульт., Київ: Вища школа, 1989. 367 с.
4. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Частина 1, Київ: Либідь, 1993. 320 с.
5. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.В., Якір М.С. Алгебра: підруч. для 11 кл. з поглибленим вивченням математики. Ч. 2., Харків: Гімназія, 2011. 272 с.
6. Титаренко О.М. Математика. 6611 задач від найпростіших до олімпіадних. Харків: ТОРСІНГ ПЛЮС, 2011. 480 с.
7. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 11 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закл. освіти. Київ: Освіта, 2001. 311 с.
8. Boyer C.B. A History of Mathematics. John Wiley & Sons., Inc., 1992. 736 p.

REFERENCES

1. Bevz, V.H. (2006) *Istoriia matematyky* [History of mathematics], Kharkiv: Osnova. 176 s. [in Ukrainian].
2. Bevz, V.H. (1995) *Istoriia matematyky u fakhovii pidhotovtsi maibutnikh uchyteliv*. [History of mathematics in professional training of future teachers.], Kyiv: NPU imeni M. P. Drahomanova. 360 s.
3. Bevz, H.P. (1989) *Metodyka vykladannia matematyky: posibn. Dlia stud. fiz.-mat. fakult.* [Methods of teaching mathematics: manual. for students physics and mathematics faculty.] Kyiv: Vyshcha shkola. 367 s.
4. Dorohovtsev, A.Ya. (1993) *Matematychnyi analiz. Chastyna 1.* [Mathematical analysis. Part 1], Kyiv: Lybid. 320 s. [in Ukrainian].
5. Merzliak, A.H., Nomirovskiy, D.A., Polonskiy, V.V., Yakir, M.S. (2011) *Algebra: pidruch. dlia 11 kl. z pohlyblenym vyvchenniam matematyky. Ch. 2.* [Algebra: training book for 11th grade with an advanced study of mathematics. Part 2.], Kharkiv: Himnaziia. 272 s. [in Ukrainian].
6. Titarenko, O.M. (2011) *Matematyka. 6611 zadach vid naiprostishykh do olimpiadnykh.* [6611 problems from the simplest to the Olympiad.] Kharkiv. 480 s.
7. Shkil, M.I., Kolesnyk, T.V., Khmara, T.M. (2001) *Algebra i pochatky analizu: pidruch. dlia 11 kl. z pohlybl. vyvch. matematyky v sered. zakl. osvity.* [Algebra and beginnings of analysis: training book for 11th grade with advanced studied of mathematics in Wed. closing education.] Kyiv: Osvita. 311 s.
8. Boyer, C.B. (1992) *A History of Mathematics.* John Wiley & Sons. [in English].

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

ПАНКРАТОВА Наталія Миколаївна – вчитель математики Олександрівського закладу загальної середньої освіти Чорноморської міської ради Одеського району Одеської області.

Наукові інтереси: методика навчання математики у закладах загальної середньої освіти, зокрема, методика ознайомлення учнів з основами математичного аналізу, методика навчання учнів розв'язанню задач з параметрами.

СИНЮКОВА Олена Миколаївна – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики і статистики Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського».

Наукові інтереси: ріманова геометрія та її узагальнення, методика навчання геометрії у закладах вищої освіти, методика навчання геометрії у закладах загальної середньої освіти.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

PANKRATOVA Natalya Mukolaivna - teacher of mathematics of the Oleksandrivskiy institution of general secondary education of the Chornomorsk city council of the Odesa district of the Odesa region.

Scientific interests: methods of teaching mathematics at institutions of general secondary education, in particular, methods of introduction the beginnings of calculus, methods of teaching to solve tasks with parameters.

SINYUKOVA Olena Mukolaivna — candidate of physical and mathematical sciences, senior lecturer, senior lecturer of department of higher mathematics and statistics of the State institution «South Ukrainian National Pedagogical University named after K. D. Ushinsky».

Scientific interests: Riemannian geometry and its generalizations, methods of teaching geometry in higher school, methods of teaching geometry in secondary school.

Стаття надійшла до редакції 24.07.2023 р.

УДК 37.037.1-057.875

DOI: 10.36550/2415-7988-2023-1-210-229-234

ФІЛОНЕНКО Оксана Володимирівна –

доктор педагогічних наук, професор,
професор кафедри педагогіки та спеціальної освіти
Центральноукраїнського державного університету
імені Володимира Винниченка
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4453-9887>
e-mail: oksana.filonenko02@gmail.com

ФІЗИЧНЕ ВИХОВАННЯ СТУДЕНТІВ У ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ УКРАЇНИ

У статті розкрито сучасні підходи до фізичного виховання студентів у закладах вищої освіти України.

Фізичне виховання у сфері вищої освіти має на меті забезпечити виховання в осіб, що навчаються у закладах вищої освіти, потреби самостійно опанувати знання, вміння й навички управління фізичним розвитком людини засобами фізичного виховання та навчання застосовувати набуті цінності в життєдіяльності майбутніх фахівців. Фізичне виховання стратегічно спрямоване на збереження, зміцнення і формування здоров'я комплексом дієвих засобів фізичного виховання, що впливають на якість життєдіяльності.

Під час навчання у ЗВО фізичного виховання передбачається вирішення таких завдань: виховання у студентів високих моральних, вольових і фізичних якостей, готовності до високопродуктивної праці; збереження і зміцнення здоров'я студентів, сприяння правильному формуванню і всебічному розвитку організму, підтримка високої працездатності протягом усього періоду навчання; всебічна фізична підготовка студентів; професійно-прикладна фізична підготовка студентів з урахуванням особливостей їх майбутньої трудової діяльності; здобуття студентами необхідних знань з основ теорії, методики і організації фізичного виховання і спортивного тренування; підготовка до роботи в якості громадських інструкторів, тренерів і суддів; вдосконалення спортивної майстерності студентів-спортсменів; виховання у студентів переконаності в необхідності регулярно займатися фізичною культурою і спортом.

Реалізація завдань професійної підготовки майбутніх фахівців фізичної культури та спорту потребує формування особистості, яка здатна до ефективної професійної діяльності у складних умовах сучасних перетворень, яка володіє не тільки системою фахових знань, професійних умінь, навичок, загальних і спеціальних компетенцій, а й сформованістю професійно важливих характеристик.

Перспективи подальших досліджень вбачаємо у визначенні можливості використання зарубіжного досвіду роботи щодо виховання фізичної культури студентів у закладах вищої освіти України.

Ключові слова: фізичне виховання, фізична культура, професійна підготовка майбутніх учителів фізичної культури.

FILONENKO Oksana Volodymyrivna –

Doctor of Pedagogy, Associate Professor,
Associate Professor of the Department of Pedagogy
and Special Education
of Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4453-9887>
e-mail: oksana.filonenko02@gmail.com

PHYSICAL EDUCATION OF STUDENTS IN HIGHER EDUCATION INSTITUTIONS OF UKRAINE

The article reveals modern approaches to physical education of students in higher education institutions of Ukraine.

Physical education in the field of higher education aims to ensure education in persons studying in institutions of higher education, the need to independently master the knowledge, skills and skills of managing the physical development of a person by means of physical education and training to apply the acquired values in the life activities of future specialists. Physical education