

УДК 372.851

DOI: 10.36550/2415-7988-2023-1-210-116-121

КЛЮЧНИК Інна Геннадіївна –

кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцентка кафедри математики і методики її навчання
Центральноукраїнського державного
університету імені Володимира Винниченка
ORCID <https://orcid.org/0000-0001-6874-7811>
e-mail: kl.innochka@gmail.com

ВОЙНАЛОВИЧ Наталія Михайлівна –

кандидат педагогічних наук, доцент,
доцентка кафедри математики і методики її навчання
Центральноукраїнського державного
університету імені Володимира Винниченка
ORCID <https://orcid.org/0000-0002-0523-7889>
e-mail: vojnalovichn@gmail.com

НІЧИШИНА Вікторія Вікторівна –

кандидат педагогічних наук, доцент,
доцентка кафедри математики і методики її навчання
Центральноукраїнського державного
університету імені Володимира Винниченка
ORCID <https://orcid.org/0000-0003-3771-1589>
e-mail: vika.nichishina@ukr.net

КЛЮЧНИК Василь Васильович –

пошукувач кафедри природничих наук
та методики їх навчання
Центральноукраїнського державного
університету імені Володимира Винниченка
ORCID <https://orcid.org/0009-0002-8070-9986>
e-mail: v.klyuchnyk@gmail.com

НЕТИПОВІ ЗАДАЧІ НА ЗНАХОДЖЕННЯ ПОХІДНОЇ, ЯК ЗАСІБ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОГО РОЗВИТКУ

До сучасних випускників висуваються високі вимоги щодо змісту знань, умінь і навичок, що визначає конкурентоспроможність фахівця на сучасному ринку праці.

У сучасних соціально-економічних умовах розвитку нашого суспільства гостро виникає потреба в ініціативній та активній особистості, здатній безперервно поповнювати запаси професійних знань і умінь, грамотно ставити цілі своєї професійної діяльності та досягати їх, творчо підходячи до справи. Спрямованість освіти на особистісний розвиток потребує переусвідомлення всіх чинників, у тому числі змісту, методів, форм і засобів навчання, від яких залежить якість освітнього процесу. Особистість починає формуватися зі шкільних років. Цьому, зокрема, сприяє система навчання школярів, що розвивається. Роль математики в розвитку особистості є виняткова. Адже вона розвиває не лише логічне, критичне мислення, а й вчить творчо підходити до розв'язування поставленої задачі.

З використанням похідної описують багато законів природи. У курсі математики за допомогою диференціального числення досліджуються властивості функцій і будуються їх графіки, розв'язуються задачі на знаходження найбільшого і найменшого значення функції. Похідна є фундаментальним поняттям математичного аналізу, диференціальних рівнянь за допомогою якого визначаються процеси та явища в природничих, соціальних та економічних науках. Похідна характеризує швидкість зміни функції по відношенню до змін незалежної змінної. В геометричній точці зору, похідна характеризує кривизну графіка, в механіці - швидкість нерівномірного руху, в біології - швидкість розмноження колонії мікроорганізмів, в економіці - вихід продукції на одиницю витрат, в хімії - швидкість.

Зазвичай учні вивчають лише типові приклади (з використанням правила суми, добутку, частки) і не вміють знаходити похідні функції, які відрізняються від них. Саме вирішення творчих завдань допоможе у формуванні творчої особистості учня. У статті подано задачі на знаходження похідної, які виходять за межі шкільного курсу математики. Розв'язування таких завдань сприяє інтелектуальному розвитку, розвитку логічного та критичного мислення, а також є гарним матеріалом для відпрацювання навичок.

Ключові слова: похідна, диференціювання, математика, творчі завдання, функції.

КЛІУЧНИК Інна –

candidate of physical and mathematical sciences,
associate professor of the department of mathematics
and methods of teaching math of
Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University
ORCID <https://orcid.org/0000-0001-6874-7811>

e-mail: kl.innochka@gmail.com

VOINALOVYCH Nataliia –

candidate of pedagogical sciences, associate professor
of the department of mathematics and methods of teaching math of
Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University
ORCID <https://orcid.org/0000-0002-0523-7889>

e-mail: vojnalovichn@gmail.com

NICHYSHYNA Victoriya –

candidate of pedagogical sciences, associate professor of the
department of mathematics and methods of teaching math of
Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University
ORCID <https://orcid.org/0000-0003-3771-1589>

e-mail: vika.nichishina@ukr.net

KLIYCHNYK Vasyl –

searcher of the Department of Natural Sciences
and methods of its teaching of
Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University
ORCID <https://orcid.org/0009-0002-8070-9986>

e-mail: v.klyuchnyk@gmail.com

UNUSUAL PROBLEMS FOR FINDING THE DERIVATIVE, AS A TOOL OF INTELLECTUAL DEVELOPMENT

Modern graduates are subject to high requirements regarding the content of knowledge, abilities and skills, which determines the specialist's ability to compete in the modern labor market.

In the modern socio-economic conditions of the development of our society, there is an acute need for an initiative and active personality, capable of continuously replenishing the reserves of professional knowledge and skills, competently setting the goals of one's professional activity and achieving them, creatively approaching the matter. Orientation of education on personal development requires re-awareness of all factors, including the content, methods, forms and means of learning, on which the quality of the educational process depends. Personality begins to form from school years. This, in particular, is facilitated by the developing system of education of schoolchildren. The role of mathematics is exceptional in mental education.

The language of the derivative allows strictly formulate many laws of nature. In the course of mathematics with help of differential calculus, the properties of functions are studied and constructed their graphs, problems are solved for the largest and smallest value, historical knowledge of mathematics is deepened. The derivative appears as a fundamental concept of mathematical analysis, for with the help of which processes and phenomena in natural, social and economic sciences. The derivative characterizes the rate of change of the function in relation to changes in the independent variable. In geometry, the derivative characterizes the curvature of the graph, in mechanics - the speed of uneven movement, in biology - the speed of reproduction of a colony microorganisms, in economics - product output per unit of costs, in chemistry - speed chemical reaction.

The derivative occupies a significant place in mathematics, primarily because it has great applied value. Usually, students learn only typical examples (using the rule of sum, product, quotient) and do not know how to find derivatives of functions that are slightly different from them. The very solution of creative problems will help in the formation of the student's creative personality. The article presents problems for finding the derivative that go beyond the school mathematics course. Solving such problems contributes to intellectual development, the development of logical and critical thinking, as well as good material for practicing skills.

Key words: derivative, differentiation, mathematics, creative tasks, functions.

Постановка та обґрунтування актуальності проблеми. Похідна займає значне місце в математиці, в першу чергу тому, що має велике прикладне значення. Зазвичай, учні вчать лише типовим прикладам (використовуючи правило суми, добутку, частки) і не вміють шукати похідні функції, які дещо відрізняються від них. Саме розв'язування творчих задач допоможе в формуванні творчої особистості учня [2 - 5].

Об'єктом дослідження є питання навчання учнів профільних класів відшукування похідної функції однієї змінної.

Метою статті є рекомендації щодо навчання учнів профільних класів розв'язувати не типові задачі на знаходження похідної.

Методи дослідження. Для реалізації поставленої мети та виконання завдань статті

використано теоретичні (аналіз першоджерел з проблеми дослідження, синтез, порівняння) методи дослідження.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Основне поняття диференціального числення – поняття похідної – виникло в XVII ст. у зв'язку з необхідністю вирішення ряду задач з фізики, механіки і математики, у першу чергу наступних двох: визначення швидкості прямолінійного нерівномірного руху і побудови дотичної до похідної плоскої кривої.

Деякі окремі випадки вирішення задач були ще в стародавності. Так у «Початках» Евкліда був даний спосіб побудови дотичної до кола, Архімед побудував дотичну до спіралі, що носить його ім'я, Аполлоній - до еліпса, гіперболи і параболи. Однак давньогрецькі вчені не вирішили задачу до кінця,

тобто не знайшли загального методу, придатного для побудови дотичної до будь-якої плоскої кривої.

Із самого початку XVII в. чимало вчених намагалися знайти вирішення питання, прибігаючи до кінематичних міркувань. Рене Декарт (1596-1650) розробив метод координат і основи аналітичної геометрії. Більш загального і важливим для розвитку диференціального числення був метод побудови дотичних П'єра Ферма (1601-1665), який у 1629 р. запропонував способи знаходження найбільших і найменших значень функцій, проведення дотичних до довільних кривих, що фактично спиралися на застосування похідних. У 1670-1671рр. англійський математик і механік Ісаак Ньютон (1643-1727) і дещо пізніше у 1673-1675 рр. німецький філософ і математик Готфрід Вільгельм Лейбніц (1646 – 1716) незалежно один від одного побудували теорію диференціального числення. І. Ньютон прийшов до поняття похідної, розв'язуючи задачі про миттєву швидкість, а Г. Лейбніц – розглядаючи геометричну задачу про проведення дотичної до кривої. Він вирішив задачу, про яку йде мова, створивши відповідний алгоритм. У нього задача знаходження $\operatorname{tg} \varphi$, тобто кутового коефіцієнта дотичної в точці M , до плоскої кривої, обумовленою функцією $y = f(x)$, зводиться до знаходження похідної функції y по незалежній змінній x при даному її значенні.

Г. Лейбніц в 1684 р. опублікував першу друковану працю про диференціальне числення під назвою «Новий метод максимумів і мінімумів, а також дотичних, для якого не є перешкодою дробові та ірраціональні кількості, і особливий для цього рід вираження». Тут основним поняттям була не похідна, для якої він навіть спеціального терміну не мав, а диференціал. Сам термін «похідна» уперше зустрічається у француза Луа Арбогаста в його книзі «Обчислення похідних», опублікованої в Парижі в 1800 р. Цим терміном відразу ж став користуватися і Г.Лагранж (1736-1813), а А. Коші (1789-1857), використовуючи початкову літеру цього терміну, став позначати похідну символом Du або $Df(x)$.

Термін «похідна» є буквальною перекладом на українську французького слова *derive*, яке ввів у 1797 р. Ж. Лагранж; він же ввів сучасні позначення y', f' . Така назва відображає зміст поняття: функція $f'(x)$ походить від $f(x)$, є похідною від $f(x)$.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Після засвоєння учнями теми похідна пропонує розширити їх математичний кругозір і розглянути наступні приклади. Розпочнемо з диференціювання функцій, які містять знак модуля, а також функції вигляду $u(x)^{v(x)}$, (де $u(x)$, $v(x)$ - задані функції). При цьому $|x|$ для зручності записати у вигляді $|x| = x \operatorname{sgn} x$, де

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x \geq 0 \\ -1, & \text{якщо } x < 0 \end{cases}$$

Розглянемо такі приклади.

Приклад 1. Знайти похідну функції $y = |x|$

Розв'язування. Маємо $|x| = x \cdot \operatorname{sgn} x$. Так як функція x має похідну для всіх x , а функція $\operatorname{sgn} x$ має похідну при $x \neq 0$, то по правилу обчислення похідної добутку при $x \neq 0$ маємо, $y' = \operatorname{sgn} x$. При $x = 0$ за означенням похідної знайдемо $y'(0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{|\Delta x|}{\Delta x}$, але $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{|\Delta x|}{\Delta x}$ не існує, так як $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{|\Delta x|}{\Delta x} = -1, \lim_{\Delta x > 0} \frac{|\Delta x|}{\Delta x} = 1$.

Таким чином при $x = 0$ функція $y = |x|$ не має похідної, а при $x \neq 0$ $y' = \operatorname{sgn} x$.

Приклад 2. Знайти похідну функції

$$y = x \cdot |x|$$

Розв'язування. Представимо функцію у вигляді $y = x^2 \operatorname{sgn} x$. І користуючись правилом обчислення похідної від добутку при $x \neq 0$ одержимо $y' = 2x \operatorname{sgn} x = 2|x|$ ($x \neq 0$)

Оскільки $y'(0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x)^2 \operatorname{sgn}(\Delta x)}{\Delta x} = 0$ і функція $2|x|$ дорівнює нулеві при $x = 0$, тобто $y'(x) = 2|x|$ для довільних x .

Приклад 3. Знайти похідну функції

$$y(x) = |\sin^3 x|$$

Розв'язування. Представимо функцію у вигляді $y(x) = \sin^3 x \operatorname{sgn}(\sin x)$ і знайдемо похідну складеної функції

$$y'(x) = 3 \sin^2 x \cos x \operatorname{sgn}(\sin x) = \frac{3}{2} \sin 2x |\sin x|$$

Приклад 4. Знайти похідну функції

$$y = \begin{cases} 1 - x, & \text{при } -\infty < x < 1 \\ (1 - x)(2 - x), & \text{при } 1 \leq x \leq 2 \\ -(2 - x), & \text{при } 2 < x < +\infty \end{cases}$$

Розв'язування. Функції $(1 - x)$, $(1 - x)(2 - x)$, $-2 + x$ мають похідні на відповідних проміжках, а тому похідну запишемо у вигляді

$$y'(x) = \begin{cases} -1, & \text{при } -\infty < x < 1 \\ 2x - 3, & \text{при } 1 < x < 2 \\ 1, & \text{при } 2 < x < +\infty \end{cases}$$

Перевіримо існування похідної на кінцях проміжків, а для цього

$$\text{знайдемо } f'_-(1) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1 - 1 - \Delta x}{\Delta x} = -1,$$

$$f'_+(1) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(1 - 1 - \Delta x)(2 - 1 - \Delta x)}{\Delta x} = -1,$$

$$f'_-(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(1 - 2 - \Delta x)(2 - 2 - \Delta x)}{\Delta x} = 1,$$

$$f'_+(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-(2 - 2 - \Delta x)}{\Delta x} = 1,$$

а так як відповідні границі рівні, то функція диференційовна в точках $x = 1$ і $x = 2$, отже

$$y'(x) = \begin{cases} -1, \text{при } -\infty < x < 1 \\ 2x - 3, \text{при } 1 \leq x \leq 2. \\ 1, \text{при } 2 < x < +\infty \end{cases}$$

Приклад 5. Довести, що функція

$$y = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, \text{при } x \neq 0 \\ 0, \text{при } x = 0 \end{cases}$$

має розривну похідну.

Розв'язання. За правилом обчислення похідної від добутку функцій, маємо при $x \neq 0$:

$$y'(x) = 2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}.$$

Ця ж функція в точці $x = 0$ за означенням похідної:

$$y'(0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x)^2 \sin \frac{1}{\Delta x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta x \cdot \sin \frac{1}{\Delta x} = 0.$$

Таким чином, можна записати, що

$$\phi(x) = y'(x) = \begin{cases} 2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}, \text{при } x \neq 0 \\ 0, \text{при } x = 0 \end{cases}.$$

Дослідимо на неперервність функцію $\phi(x)$. За означенням неперервності $\phi(x)$ у точці $x = 0$ повинно бути $\lim_{x \rightarrow 0} \phi(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \phi(x) = \phi(0)$.

Але як відомо $\lim_{x \rightarrow 0} \cos \frac{1}{x}$ не існує, а тому не існують односторонні границі до функції $\phi(x)$. Це доводить те, що $\phi(x)$ має розрив при $x = 0$

Приклад 6. Знайти похідну функції

$$y(x) = x^{\frac{1}{x}} \quad (x > 0)$$

Розв'язання. Прологарифмуємо обидві частини цього виразу

$$\ln y = \frac{1}{x} \ln x \quad (x > 0).$$

Продиференціюємо обидві частини отриманого виразу

$$(\ln y)' = \left(\frac{1}{x} \ln x\right)' \Rightarrow \frac{1}{y} \cdot y' = \left(\frac{1}{x}\right)' \ln x + \frac{1}{x} (\ln x)' \Rightarrow \frac{1}{y} \cdot y' = -\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}$$

Виразимо y' і підставимо в отриманий вираз замість $y(x) = x^{\frac{1}{x}}$

$$y' = \left(-\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) y = \left(-\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) x^{\frac{1}{x}}$$

Приклад 7. Знайти похідну функції

$$y = x^{\sqrt{x}}, \quad (x > 0).$$

Розв'язання. Прологарифмуємо обидві частини цього виразу

$$\ln y = \sqrt{x} \ln x.$$

Продиференціюємо обидві частини отриманого виразу

$$(\ln y)' = (\sqrt{x} \ln x)' \Rightarrow \frac{1}{y} \cdot y' = (\sqrt{x})' \ln x + \sqrt{x} (\ln x)' \Rightarrow \frac{1}{y} \cdot y' = \frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x}$$

Виразимо y' і підставимо в отриманий вираз замість $y = x^{\sqrt{x}}$.

$$y' = \left(\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x}\right) y \Rightarrow y' = \left(\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x}\right) x^{\sqrt{x}}$$

Використовуючи цей же метод, можна запропонувати учням самостійно знайти похідні функцій

$$y = (\sin x)^x, \quad y = (\cos x)^{\sin x}, \quad y = \left(\frac{x}{x+1}\right)^x.$$

Приклад 8. Знайти похідну функції

$$f(x) = \arcsin x$$

Розв'язування. Якщо функція $f(x)$ визначена, строго монотонна і неперервна в деякому околі точки x_0 , диференційовна в цій точці і $f'(x_0) \neq 0$, то існує обернена функція $f^{-1}(x)$, яка визначена в деякому околі точки $y_0 = f(x_0)$, диференційовна в точці y_0 , причому

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f^{-1}(x_0)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(y_0))}.$$

Функція $f(x) = \arcsin x$ визначена і неперервна на відрізку $[-1;1]$. Візьмемо довільну але фіксовану точку x_0 з інтервалу $(-1;1)$ і скориставшись попередньою формулою отримаємо

$$\arcsin(x_0)' = \frac{1}{\sin(\arcsin x_0)} = \frac{1}{\cos(\arcsin x_0)} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin x_0)}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x_0^2}}.$$

У точці $x = -1$:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} &= \lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{\arcsin x - \arcsin(-1)}{x + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{\arcsin \sqrt{1 - x^2}}{x + 1} = \\ &= \lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{\sqrt{1 - x^2}}{1 - |x|} = \lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{\sqrt{1 + |x|}}{\sqrt{1 - |x|}} = \infty \end{aligned}$$

Не існує також і $\lim_{x \rightarrow -1-0} \frac{f(x) - f(-1)}{x - 1}$.

Отже функція $f(x) = \arcsin x$ диференційовна на інтервалі $(-1;1)$ причому,

$$\arcsin x' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

Приклад 9. [1] Знайти похідну функції

$$f(x) = (\arcsin(\sin^2 x))^{\arctg x}$$

Розв'язування. Функція визначена на інтервалах $(k\pi; (k+1)\pi)$, де $k \in \mathbb{Z}$.

Представимо функцію у вигляді

$$f(x) = e^{\arctg x \ln(\arcsin(\sin^2 x))} \text{ і дістанемо}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= e^{\arctg x \ln(\arcsin(\sin^2 x))} (\arctg x \ln(\arcsin(\sin^2 x)))' \\ &= (\arcsin(\sin^2 x))^{\arctg x} \left(\frac{\ln(\arcsin(\sin^2 x))}{1 + x^2} + \frac{\arctg x}{\sin 2x} \right) + \\ &\quad + \frac{\arcsin(\sin^2 x)}{\sqrt{1 - \sin^4 x}}. \end{aligned}$$

Приклад 10. [1] Переконавшись, що функція $y = (1 + x^2)(1 + \arctg^2 x)^2$ задовольняє рівняння $(1 + x^2)y' - 2xy - 4\sqrt{y(1 + x^2)}\arctg x = 0$.

Розв'язування. Спершу знайдемо y'

$$y' = 2x(1 + \arctg^2 x)^2 + 4(1 + \arctg^2 x)\arctg x.$$

Підставимо значення y' і y у рівняння і переконаємось що одержана рівність буде правильною

$$\begin{aligned} & (1+x^2)2(1+\arctg^2x)(x+ \\ & +x\arctg^2x+2\arctgx) - \\ & -2x(1+x^2)(1+\arctg^2x)^2 - \\ & -4(1+x^2)(1+\arctg^2x)\arctgx = \\ & = 2x(1+x^2)(1+\arctg^2x)^2 + \\ & +4(1+x^2)(1+\arctg^2x)\arctgx - \\ & -2x(1+x^2)(1+\arctg^2x)^2 - \\ & -4(1+x^2)(1+\arctg^2x)\arctgx = 0. \end{aligned}$$

Приклад 11. [1] Знайти похідну функції, заданої параметрично рівнянням

$$x = t^2 + 6t + 5, \quad y = \frac{t^3-1}{t}, \quad \text{де } t \in (0; +\infty). \text{ Обчислити її значення у точці } x = 12.$$

Розв'язування. Коли функція задана параметрично рівнянням $x = \phi(t), y = \psi(t)$ і в точці t_0 обидві функції диференційовні, причому $\phi'(t_0) \neq 0$, то в точці $x_0 = \phi(t_0)$ задана функція диференційовна, причому $f'(x_0) = \frac{\psi'(t_0)}{\phi'(t_0)}$, де t_0 знаходиться з рівняння $x_0 = \phi(t)$.

При $t \in (0; +\infty)$ функція $x = t^2 + 6t + 5$, зростає і множиною її значень є проміжок $(5; +\infty)$, то рівняння задають функцію визначену на проміжку $(5; +\infty)$.

Знайдемо x' та y'

$$x' = 2t + 6, \quad y' = \frac{2t^3+1}{t^2}$$

та скористаємось формулою знаходження похідної для параметрично заданої функції

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2t^3+1}{t^2(2t+6)}.$$

$$\text{Отже для } x = 12, t = 1, \text{ а } \frac{dy}{dx} = \frac{3}{8}.$$

Приклад 12. [1] Знайти похідну функції, заданої неявно рівнянням $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 11 = 0$, у точці $x = 0, y > -5$.

Розв'язування. Похідну функції, заданої неявно рівнянням $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 11 = 0$, знаходимо з рівняння $\frac{d}{dx}(x^2 + y^2 - 6x + 10y - 11) = 0$.

$$\text{Маємо } 2x + 2yy' - 6 + 10y' = 0, \text{ звідки } y' = \frac{-x+3}{y+5}.$$

Якщо $x = 0$, то $y^2 + 10y - 11 = 0$. Останнє рівняння має два корені -11 і 1 . Врахувавши, що $y > -5$, маємо $y(0) = 1$. Отже $y'(0) = \frac{1}{2}$.

Висновки та перспективи подальших розвідок напрямку. Розв'язування таких задач є гарним піддрунтям та підготовкою до математичних турнірів, олімпіад. Статтю можна рекомендувати вчителям математики, студентам педагогічних університетів математичних спеціальностей.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Шунда М.Н., Томусяк А.А. Практикум з математичного аналізу: Вступ до аналізу.

Диференціальне числення: Навч. посібник. К. Вища школа, 1993.

2. Ключник І.Г., Ізюмченко Л.В., Гасвський М.В. Формування творчої особистості учня на уроках математики. *Наукові записки. Серія: педагогічні науки.* Кропивницький. 2021. Вип. 198. С. 121–125.

3. Ключник І.Г. Аналітичні методи розв'язування показникових нерівностей з параметром. *Наукові записки. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти.* Кропивницький. 2017. Вип. 12., Ч. 3. С. 31-36.

4. Гасвський М.В., Ізюмченко Л.В., Ключник І.Г. Деякі методи доведення олімпіадних нерівностей. *Наукові записки. Серія: Педагогічні науки.* Кропивницький. 2020. Вип 191. С.58 – 61.

5. Ключник І.Г. Особливості викладання ірраціональних рівнянь та нерівностей в профільних класах. *Педагогічний вісник.* 2020. №1-2 (53-54). С. 28–34.

REFERENCES

1. Shunda, M.N., Tomusiak, A.A. Praktykum z matematychnoho analizu: Vstup do analizu. Dyferentsialne chyslennia: Navch. posbnyk. [Practice in mathematical analysis: Introduction to analysis. Differential calculus]. Kyiv «Vyshcha shkola». [in Ukrainian].

2. Kliuchnyk, I.H., Iziumchenko, L.V., Haievskiy, M.V. Formuvannia tvorchoi osobystosti uchnia na urokakh matematyky [Formation of a student's creative personality in mathematics lessons]. Kropyvnytskyi. [in Ukrainian].

3. Kliuchnyk, I.H. Analitichni metody rozviazuvannia pokaznykovykh nerivnostei z parametrom [Analytical methods of solving exponential inequalities with a parameter]. Kropyvnytskyi. [in Ukrainian].

4. Haievskiy, M.V., Iziumchenko, L.V., Kliuchnyk, I.H. Deiaki metody dovedennia olimpiadnykh nerivnostei [Some methods of proving Olympiad inequalities]. Kropyvnytskyi. [in Ukrainian].

5. Kliuchnyk, I.H. Osoblyvosti vykladannia irratsionalnykh rivnian ta nerivnostei v profilnykh klasakh [Peculiarities of teaching irrational equations and inequalities in specialized classes]. Pedahohichnyi visnyk. Kropyvnytskyi. [in Ukrainian].

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

КЛЮЧНИК Інна Геннадіївна – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцентка кафедри математики і методики її навчання Центральноукраїнського державного університету імені Володимира Винниченка.

Наукові інтереси: особливості роботи з обдарованими дітьми, олімпіадні задачі, задачі з параметром.

ВОЙНАЛОВИЧ Наталя Михайлівна – кандидат педагогічних наук, доцент, доцентка кафедри математики і методики її навчання Центральноукраїнського державного університету імені Володимира Винниченка.

Наукові інтереси: теорія та методика навчання (математика).

НІЧИШИНА Вікторія Вікторівна – кандидат педагогічних наук, доцент, доцентка кафедри математики і методики її навчання Центральноукраїнського державного університету імені Володимира Винниченка.

Наукові інтереси: теорія та методика навчання (математика), інноваційні технології навчання майбутніх учителів математики, інтеграція у навчання математики.

КЛЮЧНИК Василь Васильович – пошукувач кафедри природничих наук та методики їх навчання Центральноукраїнського державного університету імені Володимира Винниченка

Наукові інтереси: методика навчання математичної фізики на засадах STEM – освіти.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

КЛИЧНИК Inna candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the department of mathematics and methods of teaching math, Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University.

Scientific interests: specific aspects of work with gifted pupils, competition problems, methods of teaching mathematics, organization problems of independent work of students and pupils.

VOINALOVYCH Nataliia – candidate of pedagogical sciences, associate professor of the department

of mathematics and methods of teaching math, Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University.

Scientific interests: theory and methodology of teaching (mathematics).

NICHYSHYNA Victoriya – candidate of pedagogical sciences, associate professor of the department of mathematics and methods of teaching math, Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University.

Scientific interests: theory and methods of teaching (mathematics), innovative technologies of teaching future teachers of mathematics, integration in teaching mathematics.

КЛИЧНИК Vasyi - searcher of the Department of Natural Sciences and methods of its teaching, Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University.

Scientific interests: method of teaching mathematical physics based on the principles of STEM – education.

Стаття надійшла до редакції 25.07.2023 р.

УДК 378.621

DOI: 10.36550/2415-7988-2023-1-210-121-125

КОНОНЕНКО Сергій Олексійович –

кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри технологічної та професійної освіти Центральноукраїнського державного університету імені Володимира Винниченка

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6637-4994>

e-mail: kononenko65@ukr.net

КОНОНЕНКО Леся Віталіївна –

кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри економіки та фінансів Херсонського державного аграрно-економічного університету

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5698-5003>

e-mail: slv2828@ukr.net

МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ РОЗРОБКИ ТВОРЧИХ ПРОЄКТІВ СТУДЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ПИТАНЬ ЕНЕРГЕТИКИ

У статті розглянуто проблеми розробки студентських проєктів в сучасних умовах. Військовий стан в Україні створив низку проблем у різних галузях народного господарства і безпосередньо вплинув на енергетичне забезпечення життєдіяльності всієї країни. Відсутність електричної енергії в мережах призвела до того, що альтернативою стали використання автономних засобів забезпечення електричною енергією, а саме: використання сонячних панелей, дизельних генераторів та інші. Не обійшло стороною і забезпечення світлом промислових та побутових об'єктів. Зрозуміло, що при такому дефіциті відповідної продукції її ціна на ринку зростає в декілька разів. Тому, з'явилась нагальна потреба у створенні та розробці саморобних пристроїв та необхідного методичного забезпечення для виготовлення цих пристроїв які допоможуть усунути вказані проблеми без великих матеріальних затрат. На основі аналізу існуючої інформації з різних джерел масової інформації ми дійшли висновку про те, що є можливість створення потрібного обладнання, створеного власноруч з вже використаних чи відпрацьованих термін експлуатації пристроїв. А це в свою чергу спонукає студентів до використання на практиці отриманих ними знань з прикладних питань енергетики.

Дослідження проведені вченими вказують на багатогранність обумовленої проблеми, щодо розробки методичного забезпечення для організації навчального процесу при виконанні студентами творчих проєктів з питань енергетики. Це потребує в першу чергу матеріально-технічного забезпечення як студентів так і викладачів наявністю доступу до мережі INTERNET, відповідної комп'ютерної техніки та існування відповідного програмного забезпечення. Адже у ряді випадків їх відсутність або висока вартість зумовлює певні труднощі в організації навчального процесу. Зрозуміло, що одним із засобів полегшення розробки творчих проєктів є використання ними вже використаних чи відпрацьованих термін експлуатації пристроїв. Що в значній мірі здешевлює створенні пристрої. Тому пошук альтернативних засобів при організації навчання зумовлює розробку доступного методичного забезпечення для виконання студентами творчих проєктів з питань енергетики.