

of Theory and Practice of Technological and Vocational Education, Donbass State Pedagogical University.

**Circle of research interests:** modernization of labor education of students and professional training of teachers of labor education and technology

**CHERNYSHOV Serhiy Oleksandrovych** – post-graduate student of the Department of Theory and Practice of

Technological and Vocational Education of Donbass State Pedagogical University.

**Circle of research interests:** professional training of teachers of labor training and technology in new conditions.

Стаття надійшла до редакції 15.04.2021 р.

УДК 372.851

DOI: 10.36550/2415-7988-2021-1-198-121-125

**КЛЮЧНИК Інна Геннадіївна** –

кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики  
Центральноукраїнського державного педагогічного  
університету імені Володимира Винниченка  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6874-7811>  
e-mail: kl.innochka@gmail.com

**ІЗЮМЧЕНКО Людмила Володимирівна** –  
кандидат фізико-математичних наук, доцент,  
вчитель математики ліцею «Престиж» м. Києва  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8656-2220>  
e-mail: liziumch@gmail.com

**ГАСВСЬКИЙ Микола Вікторович** –  
кандидат фізико-математичних наук,  
старший викладач кафедри математики  
Центральноукраїнського державного педагогічного  
університету імені Володимира Винниченка  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5268-748X>  
e-mail: mgaevskij@gmail.com

### ФОРМУВАННЯ ТВОРЧОЇ ОСОБИСТОСТІ УЧНЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

**Постановка та обґрунтування актуальності проблеми.** До сучасних випускників пред'являються високі вимоги щодо змісту знань, умінь і навичок, що визначає конкурентну спроможність фахівця на сучасному ринку праці. Гострою стає потреба в ініціативній і діяльній особистості, здатній безперервно поповнювати запаси професійних знань і умінь, грамотно ставити цілі своєї професійної діяльності і досягати їх, творчо підходити до справи. Орієнтація освіти на особистісний розвиток вимагає переусвідомлення всіх чинників, в тому числі змісту, методів, форм і засобів навчання, від яких залежить якість навчально-виховного процесу. Особистість починає формуватися зі шкільних років. Цьому, зокрема, сприяє розвиваюча система освіти школярів. Роль математики виняткова в розумовому вихованні. При вивченні математики розглядаються задачі, для розв'язання яких потрібно не лише знання шкільної програми, а й творче застосування цих знань, зокрема при розв'язуванні нерівностей з параметром.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Різні аспекти формування та розвитку творчого мислення та творчої особистості учня досліджували такі вчені, як Бевз Г.П., Бурда М.І., Швець В.О., Тарасенкова Н.А. та ін.

Розв'язуванням рівнянь з параметрами присвячені праці Завізіона Г.В. [2]

Особливості системної організації розв'язування нестандартних та олімпіадних задач досліджується в роботах Ясінського В.А.

Мітельмана І.М., Ізюмченко Л.В., Радченка В.М., Рубльова Б.В., Федака І.В., Сарани О.О., Бродського Я. С, Сліпенка О.К., Добосевича М.С., Лейфури В.М, Е. Чена та ін. [1-7]. Також не можна не згадати відомі монографії Гарді Г. Г., Літлвуд Дж.Е., Пойа Г, Беккенбаха Е. та Беллмана Р. [8,9].

Незважаючи на значну кількість досліджень це питання досить актуальне, тому що задачі такого типу зустрічаються в завданнях шкільних, районних олімпіад з математики, у завданнях для державної підсумкової атестації з математики, ЗНО. Труднощі при розв'язуванні нерівностей з параметром виникають як у учнів шкіл так і у майбутніх вчителів математики.

**Метою статті** є дослідження особливостей формування творчих здібностей учня на уроках математики, зокрема через творчий підхід до розв'язування нерівностей з параметрами.

**Методи дослідження.** Для реалізації поставленої мети та виконання завдань статті використано теоретичні (аналіз першоджерел з проблеми дослідження, синтез, порівняння) методи дослідження.

**Виклад основного матеріалу дослідження.**

Вперше з параметром учні шкіл зустрічаються при вивченні лінійної функції  $y = kx + b$ , ( $k, b$  – параметр), лінійного рівняння  $ax + b = 0$ , ( $a, b$  – параметр) та лінійних нерівностей  $ax > b, ax \geq b, ax < b, ax \leq b$ , ( $a, b$  – параметри). При розв'язуванні таких задач, з одного боку, параметр в

задачі слід вважати величиною відомою, а з іншого – може приймати різні значення. При розв’язуванні задач з параметром використовують аналітичний [2, 10 ] та графічний методи. В залежності від ролі параметра в задачі, графічний поділяють на два метода:

- якщо параметр не рівноправний зі змінною, тоді графічний образ будується на координатній площині (x;y);
- якщо параметр рівноправний зі змінною, тоді графічний образ будується на координатній площині (x;a).

Розглянемо лінійні нерівності з однією змінною. До цього типу нерівностей відносять нерівності вигляду  $ax > b$ ;  $ax \geq b$ ;  $ax < b$ ;  $ax \leq b$ , де хоча б один з коефіцієнтів  $a$  і  $b$  є параметром. Їх розв’язування ґрунтується на властивостях числових нерівностей. Пропонуємо блок-схеми розв’язування всіх видів лінійних нерівностей (мал.1). Розглянути алгоритму розв’язування лінійних нерівностей можна при вивченні теми «Розв’язування нерівностей з однією змінною». Приведемо типові приклади які радимо розв’язати разом з вчителем.

**Приклад 1.** Розв’язати нерівність

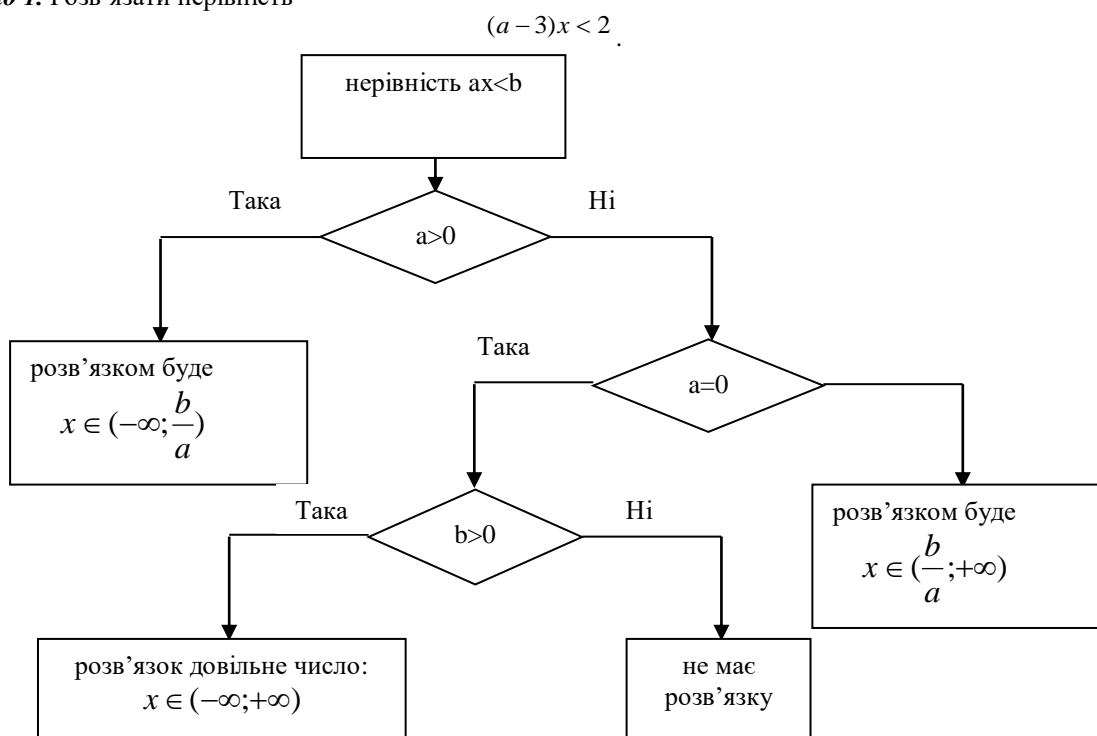


Рис. 1

*Розв’язування.* Розглянемо випадки:

а) якщо  $a > 3$ , то  $x < \frac{2}{a-3}$ , або  $x \in (-\infty; \frac{2}{a-3})$ ;

б) якщо  $a < 3$ , то  $x > \frac{2}{a-3}$ , або  $x \in (\frac{2}{a-3}; +\infty)$ ;

в) якщо  $a = 3$ , то  $0x < 2$  нерівність має безліч розв’язків.

*Відповідь:* якщо  $a > 3$ , то  $x \in (-\infty; \frac{2}{a-3})$ ; якщо

$a < 3$ , то  $x \in (\frac{2}{a-3}; +\infty)$ ; якщо  $a = 3$ , то  $0x < 2$  рівняння

має безліч розв’язків.

Вчитель може запропонувати учням самостійно створити аналогічні блок-схеми для розв’язування найпростіших лінійних нерівностей з параметрами. А потім розуміючи принцип розв’язування таких задач, розглянути наступні задачі.

**Приклад 2.** Розв’язати нерівність

$(a - 1)x > (a - 1)(a - 3)$

*Розв’язування.* Розглянемо випадки:

а) якщо  $a > 1$ , то  $x > a - 3$ , або  $x \in (a - 3; +\infty)$ ;

б) якщо  $a < 1$ , то  $x < a - 3$ , або  $x \in (-\infty; a - 3)$ ;

в) якщо  $a = 1$ , то  $0x > 0$  – нерівність не має розв’язку.

*Відповідь:* якщо  $a > 1$ , то  $x \in (a - 3; +\infty)$ ;

якщо  $a < 1$ , то  $x \in (-\infty; a - 3)$ .

**Приклад 3.** Розв’язати нерівність

$5(x - 2a) \geq 4 - ax$

*Розв’язування.* Після зведення її до лінійної, одержимо  $x(a + 5) \geq 4 + 10a$ .

Можливі наступні випадки:

а) якщо  $a > -5$ , то  $x \in [\frac{4 + 10a}{a + 5}; +\infty)$ ;

б) якщо  $a < -5$ , то  $x \in (-\infty; \frac{4 + 10a}{a + 5}]$ ;

в) якщо  $a = -5$ , то нерівність має безліч розв'язків.

Відповідь: якщо  $a > -5$ , то  $x \in [\frac{4+10a}{a+5}; +\infty)$ ;

якщо  $a < -5$ , то  $x \in (-\infty; \frac{4+10a}{a+5}]$ ; якщо  $a = -5$ , то нерівність має безліч розв'язків.

Після таких прикладів можна запропонувати учням розв'язати складніший приклад.

**Приклад 4.** Розв'язати нерівність:  $|x^2 - ax| \leq a$ .

Розв'язування. Нерівність рівносильна системі

$$\text{нерівностей: } \begin{cases} x^2 - ax - a \leq 0 \\ x^2 - ax + a \geq 0 \end{cases}.$$

Перша нерівність має розв'язок при  $a \in (-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$  і цей розв'язок має вигляд

$$x \in [x_1; x_2], \text{ де } x_1 = \frac{a - \sqrt{a^2 + 4a}}{2},$$

$$x_2 = \frac{a + \sqrt{a^2 + 4a}}{2}.$$

Розв'язуючи другу нерівність одержимо, що при  $a \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$ :  $x \in (-\infty; x_3] \cup [x_4; +\infty)$ , а при

$$a \in [0; 4], x \in \mathbb{R}, \text{ де } x_3 = \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a}}{2},$$

$$x_4 = \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a}}{2}.$$

Знайдемо перетин розв'язків двох нерівностей при  $a \in (-\infty; -4]$ . Для цього треба при  $a \in (-\infty; -4]$  нанести розв'язки обох нерівностей на вісь. Впевнимося, що  $x_3 < x_1 < x_2 < x_4$ . Дійсно, знайдемо різницю:

$$\begin{aligned} x_1 - x_3 &= \frac{a - \sqrt{a^2 + 4a} - a + \sqrt{a^2 - 4a}}{2} = \\ &= \frac{\sqrt{a^2 - 4a} - \sqrt{a^2 + 4a}}{2} > 0 \end{aligned}$$

бо

$$\begin{aligned} \sqrt{a^2 - 4a} &> \sqrt{a^2 + 4a} \Leftrightarrow a < 0; \\ x_4 - x_2 &= \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a} - a - \sqrt{a^2 + 4a}}{2} = \\ &= \frac{\sqrt{a^2 - 4a} - \sqrt{a^2 + 4a}}{2} > 0 \end{aligned}$$

бо

$$\sqrt{a^2 - 4a} > \sqrt{a^2 + 4a} \Leftrightarrow a < 0;$$

Таким чином, при  $a \in (-\infty; -4]$  знайдемо перетин нерівностей:

- при  $a \in (-\infty; -4]$  система нерівностей не має розв'язку;

- при  $a \in (-4; 0)$  перша нерівність не має розв'язку, а тому при  $a \in (-4; 0)$  система не має розв'язку;

- при  $a \in [0; 4]$  одержимо, що  $x \in [x_1; x_2]$ .

Знайдемо перетин розв'язків двох нерівностей при  $a \in (4; +\infty)$ . Для цього потрібно при  $a \in (4; +\infty)$  нанести розв'язки обох нерівностей на вісь. Впевнимося, що  $x_1 < x_3 < x_4 < x_2$ . Дійсно знайдемо різницю коренів:

$$\begin{aligned} x_3 - x_1 &= \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a} - a + \sqrt{a^2 + 4a}}{2} = \\ &= \frac{\sqrt{a^2 + 4a} - \sqrt{a^2 - 4a}}{2} > 0 \end{aligned}$$

бо

$$\sqrt{a^2 + 4a} > \sqrt{a^2 - 4a} \Leftrightarrow a > 0;$$

$$\begin{aligned} x_2 - x_4 &= \frac{a + \sqrt{a^2 + 4a} - a - \sqrt{a^2 - 4a}}{2} = \\ &= \frac{\sqrt{a^2 + 4a} - \sqrt{a^2 - 4a}}{2} > 0 \end{aligned}$$

Таким чином, знайшовши перетин нерівностей, одержимо:

при  $a \in (4; +\infty)$  система нерівностей має розв'язок  $x \in [x_1; x_3] \cup [x_4; x_2]$ .

Відповідь: при  $a \in [0; 4]$ :

$$x \in \left[ \frac{a - \sqrt{a^2 + 4a}}{2}; \frac{a + \sqrt{a^2 + 4a}}{2} \right]; \text{ при } a \in (4; +\infty):$$

$$x \in \left[ \frac{a - \sqrt{a^2 + 4a}}{2}; \frac{a - \sqrt{a^2 - 4a}}{2} \right] \cup$$

$$\cup \left[ \frac{a + \sqrt{a^2 - 4a}}{2}; \frac{a + \sqrt{a^2 + 4a}}{2} \right]$$

**Приклад 5.** Розв'язати нерівність.

$$|ax| \geq 1 + x.$$

Розв'язування. Дану нерівність перепишемо у вигляді  $|a||x| \geq 1 + x$ .

Розглянемо випадки:

Нехай  $x \leq 0$ . Тоді  $-|a|x \geq 1 + x \Leftrightarrow x(1 + |a|) \leq -1$ .

Так як  $1 + |a| > 0$ , то  $x \leq -\frac{1}{|a| + 1}$ . Розв'язком системи

$$\text{нерівностей } \begin{cases} x \leq 0, \\ x \leq -\frac{1}{|a| + 1} \end{cases} \text{ буде } x \in (-\infty; -\frac{1}{|a| + 1}].$$

1) Нехай  $x > 0$ . Тоді

$$|a|x \geq 1 + x \Leftrightarrow x(|a| - 1) \geq 1.$$

Для розв'язування останньої нерівності розглянемо підвипадки:

а) якщо  $|a| > 1 \Leftrightarrow a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ , то  $x \geq \frac{1}{|a|-1}$ ;

б) якщо  $|a| < 1 \Leftrightarrow a \in (-1; 1)$ , то  $x \leq \frac{1}{|a|-1}$ ;

в) якщо  $|a| = 1$ , то нерівність не має розв'язку.

В кожному з випадків знайдемо перетин розв'язків:

а) При  $a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ :

$$\begin{cases} x > 0, \\ x \geq \frac{1}{|a|-1}. \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[ \frac{1}{|a|-1}; +\infty \right).$$

б)  $a \in (-1; 1)$ :  $\begin{cases} x > 0, \\ x \leq \frac{1}{|a|-1} \end{cases}$ , яка не має розв'язку.

Відповідь: при

$$a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) : x \in \left( -\infty; -\frac{1}{|a|+1} \right] \cup \left[ \frac{1}{|a|-1}; +\infty \right);$$

$$\text{при } a \in [-1; 1] : x \in \left( -\infty; -\frac{1}{|a|+1} \right].$$

**Висновки з дослідження і перспективи подальших розробок.** Розв'язування задач з параметром є гарним підґрунтям та підготовкою до математичних турнірів, олімпіад, ЗНО. Статтю можна рекомендувати вчителям математики, студентам фізико-математичних факультетів.

#### СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Київські міські математичні олімпіади. 2003–2011 роки / А.В. Анікушин, О.О.Клурман, Г.В.Крюкова та ін. ; за ред. Б.В.Рубльова. Харків: Гімназія, 2011. 192с.
2. Завізіон Г.В. Рівняння з параметрами: Навч. Посібник. Кіровоград, 1997. 100с.
3. Лейфура В.М., Мітельман І.М., Радченко В.М., Ясінський В.А. Математичні олімпіади школярів України: 2001-2006. Львів: Каменяр, 2008. 348 с. URL: <https://www.twirpx.com/file/2049208/> (дата звернення 20.03.2021)
4. Ясінський В.А., Панасенко О.Б. Секрети підготовки школярів до Всеукраїнських та міжнародних олімпіад. Алгебра. Навчально-методичний посібник. Вінниця: Середняк Т.К., 2015. 272 с.
5. Ясінський В.А. Задачі математичних олімпіад та методи їх розв'язування. Тернопіль: Навчальна книга, Богдан, 2008. 208 с.
6. Сарана О.О. Математичні олімпіади: просте і складне поруч: Навч. посібн. Тернопіль: Навчальна книга - Богдан, 2011. 400 с.
7. Федак І.В. Методи розв'язування олімпіадних завдань з математики і не тільки їх. Чернівці.: Зелена Буковина. 2002. 340 с.
8. Харди Г.Г., Литлвуд Дж.Е., Пойа Г. Неравенства. М.: ИЛ, 1948. 458 с.
9. Беккенбах Э., Беллман Р. Неравенства. М.: Мир, 1965. 276 с.
10. Evan Chen. A Brief Introduction to Olympiad

Inequalities. URL: <https://web.evanchen.cc/handouts/Ineq/en.pdf> (дата звернення 20.03.2021)

#### REFERENCES

1. Anikushyn, A.V. Klurman, O.O. Kriukova H.V. ets. (2011) *Kyivski miski matematychni olimpiady. 2003–2011 roky* [Kyiv City Mathematical Olympiads. 2003–2011]. Kharkiv.
2. Zavizion, H.V. (1997) *Rivniannia z parametramy: Navch. posibnyk* [Equation with parameters]. Kirovohrad.
3. Leifura, V.M., Mitelman, I.M., Radchenko V.M., Yasynskiy, V.A. (2008) *Matematychni olimpiady shkoliariv Ukrainy: 2001-2006*. [Mathematical Olympiads of schoolchildren of Ukraine: 2001-2006]. Lviv.
4. Yasynskiy, V.A., Panasenko, O.B. (2015) *Sekrety pidhotovky shkoliariv do Vseukrainskykh ta mizhnarodnykh olimpiad. Algebra. Navchalno-metodychnyi posibnyk* [Secrets of preparing students for All-Ukrainian and international competitions. Algebra.]. Vinnytsia.
5. Yasynskiy, V.A. (2008) *Zadachi matematychnykh olimpiad ta metody yikh rozv'iazuvannia*. [Problems of mathematical competitions and methods of their solution]. Ternopil.
6. Sarana O.O. (2011) *Matematychni olimpiady: proste i skladne poruch*. [Mathematical Olympiads: simple and complex side by side]. Ternopil.
7. Fedak, I.V. (2002) *Metody rozv'iazuvannia olimpiadnykh zavdan z matematyky i ne tilky yikh* [Methods for solving Olympiad problems in mathematics and not only them]. Chernivtsi.
8. Hardy, H.H., Littlewood, J.E., Pólya, G. (1948) *Neravenstva* [Inequalities].
9. Beckenbach, E. F., Bellman, R. (1965) *Neravenstva* [Inequalities].
10. Chen, Evan A *Brief Introduction to Olympiad Inequalities*.

#### ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

**КЛЮЧНИК Інна Геннадіївна** – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

**Наукові інтереси:** особливості роботи з обдарованими дітьми, олімпіадні задачі, задачі з параметром, ЗНО, асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь.

**ВІДОМІСТЬ Людмила Володимирівна** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, вчитель математики ліцею «Престиж» м. Києва.

**Наукові інтереси:** особливості роботи з обдарованими дітьми, олімпіадні задачі, методика навчання математики, проблеми організації самостійної роботи студентів та школярів, ЗНО.

**ГАСВСЬКИЙ Микола Вікторович** – кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

**Наукові інтереси:** функціональний аналіз, теорія апроксимації, особливості роботи з обдарованими дітьми, олімпіадні задачі.

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**KLICHNYK Inna Hennadiivna** – candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of Department Mathematics at the Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University.

**Circle of scientific interests:** specific aspects of work with gifted pupils, competition problems, methods of teaching mathematics, organization problems of independent work of

students and pupils, ET.

**IZIUMCHENKO Liudmyla Volodimirivna** – candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of Department Mathematics, teacher.

*Circle of scientific interests:* specific aspects of work with gifted pupils, competition problems, methods of teaching mathematics, organization problems of independent work of students and pupils, ET.

**HAIEVSKYI Mykola Viktorovych** – candidate of physical and mathematical sciences, senior lecturer of Department of Mathematics at the Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University.

*Circle of scientific interests:* functional analysis, approximation theory, specific aspects of work with gifted pupils, olympiad tasks.

Стаття надійшла до редакції 15.04.2021 р.

УДК 378:004

DOI: 10.36550/2415-7988-2021-1-198-125-128

**КОНОНЕНКО Сергій Олексійович** –

кандидат педагогічних наук, доцент,  
доцент кафедри теорії та методики технологічної підготовки,  
охорони праці та безпеки життєдіяльності  
Центральноукраїнського державного педагогічного університету  
імені Володимира Винниченка  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6637-4994>  
e-mail: kononenko65@ukr.net

**КОНОНЕНКО Леся Віталіївна** –

кандидат економічних наук, доцент,  
доцент кафедри аудиту, обліку і оподаткування  
Центральноукраїнського національного технічного університету  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5698-5003>  
e-mail: slv2828@ukr.net

**МАНОЙЛЕНКО Наталія Володимирівна** –

кандидат педагогічних наук, доцент, старший викладач  
кафедри теорії та методики технологічної підготовки,  
охорони праці та безпеки життєдіяльності  
Центральноукраїнського державного педагогічного університету  
імені Володимира Винниченка  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6579-4313>  
e-mail: nataliaman2017-n@ukr.net

## МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-ДОСЛІДНИЦЬКИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ У ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ ЗАСОБАМИ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ

**Постановка та обґрунтування актуальності проблеми.** Сучасне суспільство характеризується стрімким розвитком цифрових технологій, що обумовлює трансформування насамперед тих сфер життя людини які пов'язані із наданням послуг, де необхідно мислення, творчість, людська участь. До таких сфер відноситься і освіта.

Сьогодні випускник вищого навчального закладу повинен розв'язувати комплексні завдання, які, як правило, виникають у процесі професійної діяльності.

Сучасне суспільство характеризується перманентними змінами, які торкаються усіх сфер життя людини, що обумовлює необхідність навчання протягом усього життя. При цьому суттєвого значення набувають вміння самостійно приймати рішення, здатність мислити, вміння розв'язувати складні міждисциплінарні проблеми у нестандартних ситуаціях. Отже, «випускник вищого навчального закладу, повинен насамперед мислити та вміти використовувати ту інформацію (вищу її форму знання), які були ним отримані» [8, с. 126]. Це обумовлює необхідність володіння сучасною людиною навичками пошуку, аналізу та

опрацюванню інформації відповідно до методології наукового пізнання з використанням цифрових технологій.

У сучасних умовах відбувається зміна авторитарної моделі навчання на адаптивну, особисто-орієнтовану. Це обумовлює необхідність забезпечення сучасної освіти відповідними цифровими технологіями, використання яких повинно забезпечити здобувачів вищої освіти необхідними інформаційно-дослідницькими компетентностями. У цьому процесі провідна роль належить викладачу. Проте, сьогодні його час для безпосереднього контакту із здобувачами вищої освіти дуже обмежений, що пов'язано із низкою факторів (левова частка часу викладача витрачається на адміністративну роботу, карантинні заходи щодо пандемії COVID – 19 тощо значно зменшують можливість безпосереднього контакту). Усе вищезазначене обумовлюють актуальність використання цифрових технологій при формуванні інформаційно-дослідницьких компетентностей у здобувачів вищої освіти.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питання формування знань із застосуванням